ORTAÖĞRETİM

MATEMATİK

TEMEL DÜZEY DERS KİTABI

12



MHG

ORTAÖĞRETİM

MATEMATİK 12

TEMEL DÜZEY DERS KİTABI

YAZARLAR

İsmail Sabri GÜMÜŞEL

Mehmet Evren DEVİREN

Bu kitap, Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 28.05.2018 tarihli ve 78 sayılı (ekli listenin 181'inci sırasında) kurul kararı ile 2018-2019 öğretim yılından itibaren 5 (beş) yıl süre ile ders kitabı olarak kabul edilmiştir.

MHG

KİTAP BASIM YAYIN TİCARET A.Ş.

Her hakkı saklıdır ve **MHG KİTAP BASIM YAYIN TİCARET ANONİM ŞİRKETİ**'ne aittir. İçindeki şekil, yazı, metin ve grafikler, yayınevinin izni olmadan alınamaz; fotokopi, teksir, film şeklinde ve başka hiçbir şekilde çoğaltılamaz, basılamaz ve yayımlanamaz.

ISBN: 978-605-84393-5-1

Dil Uzmanı

Kader KANGAL

Görsel Tasarım Uzmanı

Serkan AVCI

Baskı Yeri ve Yılı

Özgün Matbaacılık, Ankara-2019

Tel: 0 (312) 645 19 10

Matbaa Sertifika No: 44327

MHG

KİTAP BASIM YAYIN TİCARET A.Ş.

Akyol Mah. Merkez Sok. No: 240/101 Milas/MUĞLA

tel.: (0.252) 536 62 29 - (0.312) 433 09 01

mhg@mhgyay.com.tr

Yayıncı Sertifika No: 42991



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

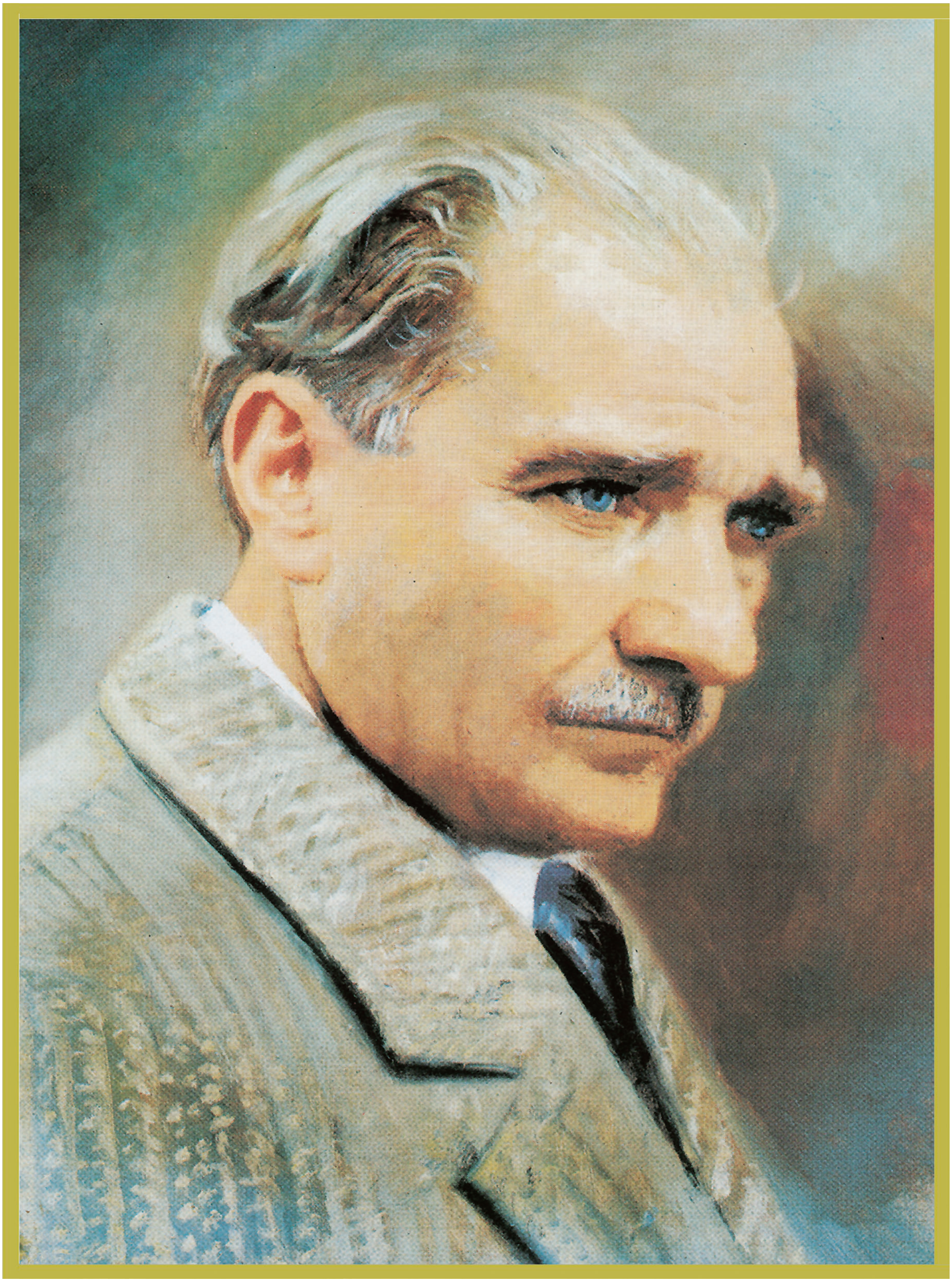
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

4. ÜNİTE: KATI CİSİMLER 125

KİTABIMIZI TANIYALIM

HAZIR MIYIZ?

Her ünite için gereken önceki konularla ilgili sorulara yer verilmiştir.

HATIRLAYALIM

Geçmişte öğrenilmiş ve hatırlandığında faydalı olacak bilgilere yer verilmiştir.

ÖRNEK

Öğrenmeye çalıştığınız konuyu pekiştirici örneklere yer verilmiştir.

BİLGİ

Etkinliklerle keşfetmeye ve örneklerle pekiştirmeye çalıştığımız bilgilere, olgulara ve önermelere, ifadelere veya açıklamalara yer verilmiştir.

ETKİNLİK

Konuya ilginizi çekecek, sizi düşündürecek ve sizde merak uyandıracak yazı, resim ya da şekillere; konuları keşfederek öğrenmenizi sağlayacak, arkadaşlarınızla iletişiminizi arttıracak ve psikomotor becerilerinizi geliştirecek uygulamalı çalışmalara yer verilmiştir.

SIRA SİZDE

İşleniş sırasında derse etkin katılımı sağlamak için düşündürmeye yönelik, uzun vadede farklı bakış açısı kazandıracak sorulara yer verilmiştir (Bu bölümde yer alan soruları defterinize çözünüz.).

PROJE

Yapacağınız proje ile ilgili hatırlatmalara ve yönlendirmelere yer verilmiştir.

ALIŞTIRMALAR

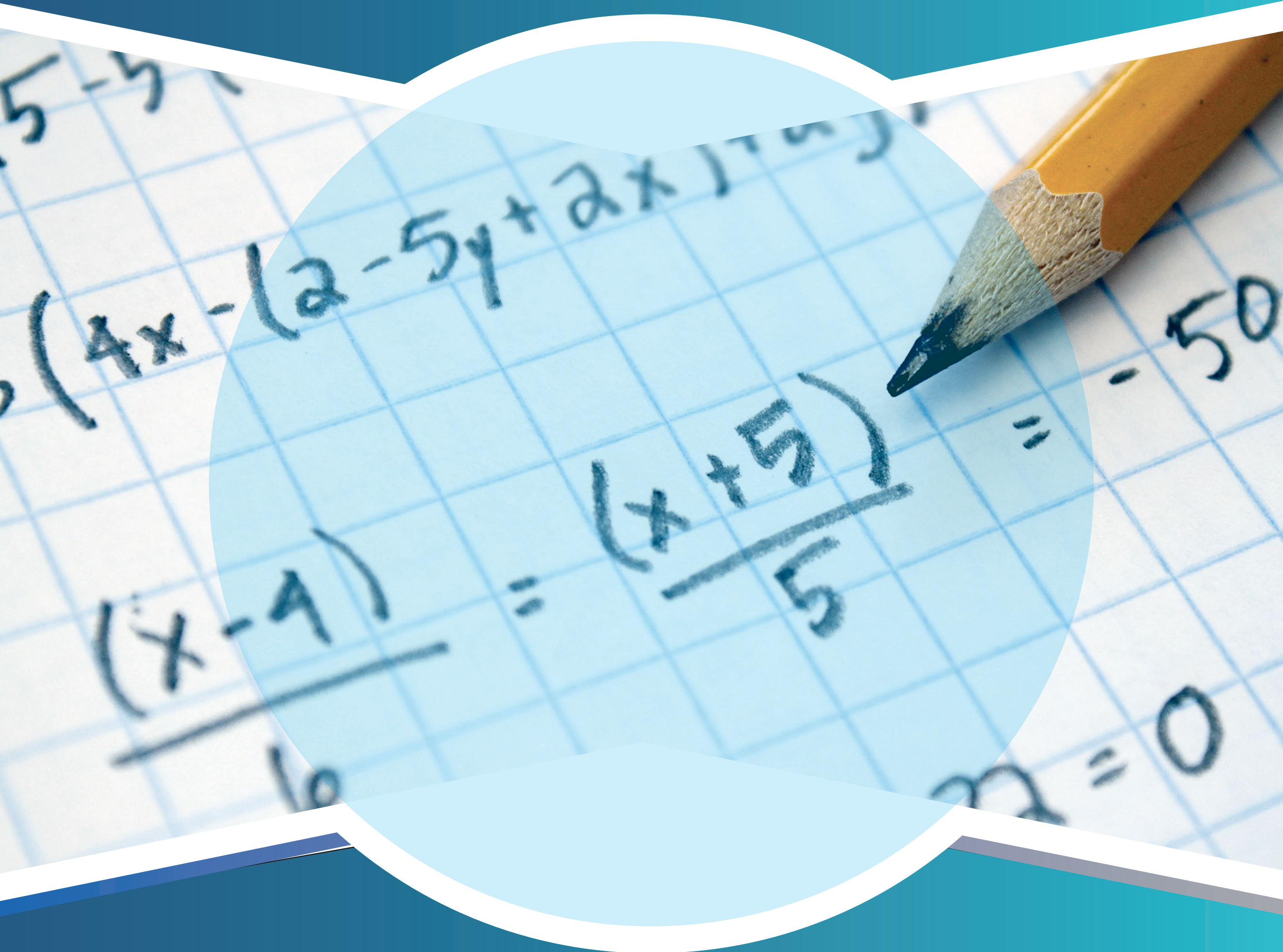
İşlenişin ardından konuyu pekiştirmeye yarayan alıştırmalara yer verilmiştir.

ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

Ünitede işlenen kazanımlarla ilgili çoktan seçmeli sorulara yer verilmiştir.

1. ÜNİTE

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER



ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER

BİLİNÇLİ TÜKETİCİ ARİTMETİĞİ

HAZIR MIYIZ?

1. Aşağıdaki çarpımları üslü ifade olarak yazınız.

a. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b. $5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

c. $x \cdot x \cdot x \cdot x$

ç. $(3x) \cdot (3x) \cdot (3x) \cdot (3x)$

2. Aşağıdaki sayıları asal çarpanlarına ayırınız.

80 | 96 | 216

3. Bir bakteri kültüründeki bakteri sayısı dakikada 3 katına çıkıyor. Başlangıçtaki bakteri sayısı a olduğuna göre 5 dakika sonraki bakteri sayısını veren ifadeyi yazınız.

4. a^{-n} ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{a^n}$ B) $a \cdot n$ C) n^a D) $\frac{a}{n}$ E) $-a^n$

5. $a^m \cdot a^n$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a^{m-n} B) a^{m+n} C) $a^{\frac{m}{n}}$ D) $a^{m \cdot n}$ E) $a^{2 \cdot m \cdot n}$

6. $\frac{a^m}{a^n}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a^{m-n} B) a^{n-m} C) $a^{\frac{m}{n}}$ D) $a^{m \cdot n}$ E) $\frac{m}{n}$

7. $x = 5$ için aşağıdaki ifadelerin değerini bulunuz.

a. $3x^2$ **b.** $(2x)^2$

c. $5^{-1}x$ **ç.** $(5x)^{-1}$

8. Aşağıdaki köklü ifadeleri sade şekilde yazınız.

a. $\sqrt{25}$ **b.** $-\sqrt{25}$

c. $\sqrt{\frac{9}{16}}$ **ç.** $-\sqrt{\frac{16}{25}}$

9. Aşağıdaki köklü ifadeleri sadeleştiriniz.

a. $\sqrt{48}$ **b.** $\sqrt{162}$

c. $\sqrt{8,1}$ **ç.** $\sqrt{1,21}$

10. $5\sqrt{2}$, $3\sqrt{5}$ ve $\sqrt{64}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

11. Aşağıdaki noktalı yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.

- İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırmasına .... denir.
- En az iki oranın birbirine eşitliğine .... denir.
- Bir orantıda değişkenlerden biri artarken diğeri de artıyorsa bu orantıya .... denir.
- Bir orantıda değişkenlerden biri artarken diğeri azalıyorsa bu orantıya .... denir.

12. Aşağıdaki kesirleri % olarak ifade ediniz.

a. $\frac{3}{20}$ **b.** $\frac{4}{25}$ **c.** $\frac{7}{50}$

1. BÖLÜM: ÜSLÜ VE KÖKLÜ İFADELER

Üslü ve Köklü İfadeler İçeren Denklemler

Üslü İfadeler

Bir madenî para havaya atıldığında yazı (Y) veya tura (T) gelebilir. Yani bu deneyde 2 olası durum vardır. İki madenî para havaya atıldığında ise $2 \cdot 2 = 4$ olası durum (YY, YT, TY, TT) vardır.



Bir zar atıldığında 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarından biri gelebilir. Yani bu deneyde 6 olası durum vardır. İki zar atıldığında ise $6 \cdot 6 = 36$ olası durum vardır. Bu durumları söyleyiniz.



Bir madenî para ve bir zar birlikte atıldığında ise $2 \cdot 6 = 12$ olası durum vardır. Genelleştirirsek n tane madenî para ve m tane zar birlikte atıldığında $2^n \cdot 6^m$ olası durum vardır. Eğer n tane madenî para ve m tane zar birlikte atıldığında 288 olası durum varsa n ve m sayılarını nasıl buluruz? Denklem kurunuz, kurduğunuz denklemi çözmeye çalışınız.

HATIRLAYALIM

a bir gerçek sayı ve n pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ tane}}$$

çarpımına a sayısının "n" inci kuvveti denir ve a^n biçiminde gösterilir. a sayısına taban, n sayısına üs ya da kuvvet adı verilir.

a^n → n: Üs, a: Taban

ÖRNEK

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazalım.

a. 2^5 **b.** $(-3)^4$ **c.** $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Çözüm

a. $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

b. $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazınız.

a. 3^4 **b.** $(-1)^{27}$ **c.** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

a^{-n} ve a^0 İfadeleri

BİLGİ

a sıfırdan farklı bir gerçek sayı ve n pozitif bir tam sayı olmak üzere, aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

- $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$
- $a^0 = 1$

ÖRNEK

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazalım.

a. 3^{-1} **b.** $(-7)^{-2}$ **c.** $(-9)^0$

Çözüm

a. $3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

b. $(-7)^{-2} = \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49}$

c. $(-9)^0 = 1$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ İfadesi

BİLGİ

n pozitif bir tam sayı olmak üzere, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ biçimindeki bir ifadeyi pozitif üs kullanarak ifade etmek için $\frac{a}{b}$ kesri ters çevrilir (çarpmaya göre tersi alınır) üs pozitif olarak yazılır. Bu ifadeyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{1}{\frac{a}{b}}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazalım.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ **b.** $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$ **c.** $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$

Çözüm

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = \left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{64}{27}$

c. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazınız.

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ **b.** $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ **c.** $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-3}$

Tabanları Eşit Olan Üslü İfadelerin Çarpımı

$a \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $a^m \cdot a^n$ çarpımının a^{m+n} ye eşit olduğunu gösterelim.

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ tane}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tane}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ tane}} = a^{m+n}$$

BİLGİ

Tabanları eşit olan iki üslü ifadenin çarpımında üslerin toplamı, ortak tabana üs olarak yazılır. Bu ifadeyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazalım.

a. $6^2 \cdot 6^3$ **b.** $3^{-2} \cdot 3^6$

Çözüm

a. $6^2 \cdot 6^3 = 6^{2+3} = 6^5$ **b.** $3^{-2} \cdot 3^6 = 3^{-2+6} = 3^4$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki üslü ifadelerin eşitlerini yazınız.

a. $3^{-3} \cdot 3^5$ **b.** $(-5)^{-5} \cdot (-5)^3$

Üsleri Eşit Olan Üslü İfadelerin Çarpımı

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için $a^n \cdot b^n$ çarpımının $(a \cdot b)^n$ ye eşit olduğunu gösterelim.

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tane}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ tane}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ tane}} = (a \cdot b)^n$$

BİLGİ

Üsleri eşit olan iki üslü ifadenin çarpımında ortak üs, tabanlar çarpımına üs olarak yazılır. Bu ifadeyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapalım.

a. $3^4 \cdot 7^4$ **b.** $(-2)^7 \cdot 5^7$

Çözüm

a. $3^4 \cdot 7^4 = (3 \cdot 7)^4 = 21^4$ **b** $(-2)^7 \cdot 5^7 = [(-2) \cdot 5]^7 = (-10)^7 = -10^7$

Tabanları Eşit Olan Üslü İfadelerin Bölümü

BİLGİ

Tabanları eşit olan iki üslü ifadenin bölümünde payın üssünden paydanın üssü çıkarılır, bulunan sayı ortak tabana üs olarak yazılır. Bu ifadeyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}-\{0\}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $\dfrac{a^m}{a^n} = a^m \cdot \dfrac{1}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapalım.

a. $\dfrac{3^7}{3^5}$

b. $\dfrac{2^{-3}}{2^{-4}}$

Çözüm

a. $\dfrac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2$

b. $\dfrac{2^{-3}}{2^{-4}} = 2^{-3-(-4)} = 2^{-3+4} = 2^1$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a. $\dfrac{4^2}{4^{-3}}$

b. $\dfrac{3^{-3}}{3^2}$

Üsleri Eşit Olan Üslü İfadelerin Bölümü

$a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için $\dfrac{a^n}{b^n}$ ifadesinin $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ ye eşit olduğunu gösterelim.

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ tane}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ tane}}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ tane}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

BİLGİ

Üsleri eşit olan iki üslü ifadenin bölümünde tabanlar bölünür; ortak üs, üs olarak yazılır. Bu ifadeyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapalım.

a. $\dfrac{(-15)^4}{(-5)^4}$

b. $\dfrac{14^{-5}}{7^{-5}}$

Çözüm

a. $\dfrac{(-15)^4}{(-5)^4} = \left(\dfrac{-15}{-5}\right)^4 = 3^4$

b. $\dfrac{14^{-5}}{7^{-5}} = \left(\dfrac{14}{7}\right)^{-5} = 2^{-5} = \dfrac{1}{2^5}$

Üslü İfadenin Üssünü Alma

$a \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $(a^m)^n$ ifadesinin $a^{m \cdot n}$ ye eşit olduğunu gösterelim.

$$(a^m)^n = \overbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}^{n \text{ tane}}$$
$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ tane}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ tane}} \ldots \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ tane}}$$
$$= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \cdot n \text{ tane}}$$
$$= a^{m \cdot n}$$

BİLGİ

$a \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $(6^5)^{-2}$

b. $\left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2$

Çözüm

a. $(6^5)^{-2} = 6^{5 \cdot (-2)} = 6^{-10}$

b. $\left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2 = \frac{(2^4)^2}{(5^3)^2} = \frac{2^{4 \cdot 2}}{5^{3 \cdot 2}} = \frac{2^8}{5^6}$

Üslü İfadelerde Toplama ve Çıkarma

BİLGİ

- Aynı değişkenlerin (harflerin) aynı kuvvetle çarpan olarak bulunduğu terimlere benzer terim denir.

  $-8x^2y,\ 5x^2y,\ \frac{2}{3}x^2y$ benzer terimlerdir.

- Üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri benzer terimler arasında yapılır.

  Genel olarak; $a, b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $a \cdot x^n \mp b \cdot x^n = (a \mp b)x^n$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini yazalım.

a. $7a^2b + 3a^2b$

b. $3 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5}$

Çözüm

a. $7a^2b + 3a^2b = (7 + 3)a^2b = 10a^2b$

b. $3 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5} = (3 - 2)10^{-5} = 10^{-5}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini yazınız.

a. $2^5 - 3 \cdot 2^5$

b. $5xy^2 - 2xy^2 - 4xy^2$

Üslü Denklemler

BİLGİ

Bağımsız değişkenin üs olarak yer aldığı $y = a \cdot b^x$ biçimindeki denklemlere üslü denklemler denir.

$y = a \cdot b^x$
- x → Bağımsız değişken
- b → Taban (Sabit çarpan)
- a → Katsayı
- y → Bağımlı değişken

ÖRNEK

Aşağıda verilenlerin üslü denklem olup olmadığını belirtelim.

a. $y = 2 \cdot 3^x$ **b.** $y = x^5$ **c.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

Çözüm

a. $y = 2 \cdot 3^x$ denklemi bir üslü denklemdir. Katsayı 2; taban ise 3 tür.

b. $y = x^5$ denklemi bir üslü denklem değildir. Bağımsız değişken (x) tabanda yer almaktadır.

c. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ denklemi bir üslü denklemdir. Taban $\frac{2}{3}$ tür.

Tabanları Eşit Olan İki Üslü İfadenin Eşitliği

$a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ için $a^m = a^n$ ise $m = n$ olduğunu gösterelim.

$$a^m = a^n \Rightarrow \frac{a^m}{a^n} = 1 \qquad (a \neq 0 \text{ olduğundan})$$

$$\Rightarrow a^{m-n} = 1$$

$$\Rightarrow m - n = 0 \qquad (a \neq -1 \text{ ve } a \neq 1 \text{ olduğundan})$$

$$\Rightarrow m = n$$

BİLGİ

Tabanları eşit olan iki üslü ifade birbirine eşit ise bu ifadelerin üsleri de eşittir. Bu bilgiyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ olmak üzere, $a^m = a^n$ ise $m = n$ dir.

ÖRNEK

$5^{2-3x} = 5^{6x-7}$ denklemini çözelim.

Çözüm

$$5^{2-3x} = 5^{6x-7}$$
$$2 - 3x = 6x - 7$$
$$-3x - 6x = -7 - 2$$
$$-9x = -9$$
$$x = 1$$

Verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \{1\}$ dir.

> Bir denklemi çözmek demek, denklemin çözüm kümesini bulmak demektir.

ÖRNEK

$27^{4x-8} = 81^{x+2}$ denklemini çözelim.

Çözüm

$27^{4x-8} = 81^{x+2}$ (Üslü ifadelerin tabanlarını eşitleyelim.)

$(3^3)^{4x-8} = (3^4)^{x+2}$

$3^{3\cdot(4x-8)} = 3^{4\cdot(x+2)}$

$3^{12x-24} = 3^{4x+8}$

$12x - 24 = 4x + 8$

$12x - 4x = 8 + 24$

$8x = 32$

$x = 4$

Verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \{4\}$ tür.

SIRA SİZDE

$2^{3x-2} = 4^{2x+1}$ denklemini çözünüz.

ÖRNEK

$4^x + 4^x + 4^x + 4^x + 4^x = 80$ denklemini çözelim.

Çözüm

$4^x + 4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ tekrarlı toplamını çarpma işlemi biçiminde yazalım.

$$\underbrace{4^x + 4^x + 4^x + 4^x + 4^x}_{5 \text{ tane}} = 80$$

$$5 \cdot 4^x = 80$$

$$4^x = \frac{80}{5}$$

$$4^x = 16$$

$$4^x = 4^2$$

$$x = 2$$

Denklemin çözüm kümesi $Ç = \{2\}$ dir.

SIRA SİZDE

Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

a. $3^x + 3^x + 3^x + 3^x = 108$

b. $6 \cdot 2^x - 2^x = 40$

Üsleri Eşit Olan İki Üslü İfadenin Eşitliği

BİLGİ

Üsleri eşit olan iki üslü ifade birbirine eşit ise bu ifadelerin tabanları da mutlak değerce eşittir. Bu bilgiyi sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$n \in \mathbb{Z} - \{0\}$ olmak üzere

$$a^n = b^n$$

n çift ise: $a = b$ veya $a = -b$

n tek ise: $a = b$

ÖRNEK

$x^2 = 16$ ve $y^3 = 8$ denklemlerini çözelim.

Çözüm

$x^2 = 16$ ise $x^2 = 4^2$ dir. Buradan $x = 4$ veya $x = -4$ elde edilir.

O hâlde $x^2 = 16$ denkleminin çözüm kümesi $Ç = \{-4, 4\}$ tür.

$y^3 = 8$ ise $y^3 = 2^3$ tür. Buradan $y = 2$ elde edilir.

O hâlde $y^3 = 8$ denkleminin çözüm kümesi $Ç = \{2\}$ olur.

SIRA SİZDE

$(x+2)^2 = 9$ denklemini çözünüz.

ÖRNEK

$(3x-4)^5 = (x+6)^5$ denklemini çözelim.

Çözüm

$(3x-4)^5 = (x+6)^5$ (Üsler eşit ve tek sayı olduğundan tabanlar birbirine eşittir.)

$3x - 4 = x + 6$

$3x - x = 6 + 4$

$2x = 10$

$x = 5$

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \{5\}$ tir.

SIRA SİZDE

$(2x+3)^3 = (4x-3)^3$ denklemini çözünüz.

ÖRNEK

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = 16$ denklemini çözelim.

Çözüm

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = 16$ (16 sayısını 2 nin 4. kuvveti olarak yazalım.)

$\left(\frac{x}{2}-1\right)^4 = 2^4$

$\frac{x}{2}-1 = 2$ veya $\frac{x}{2}-1 = -2$ (Eşitliğin her iki tarafındaki üsler eşit ve çift sayı olduğundan tabanlar birbirine eşit veya birbirinin ters işaretlisidir.)

$\frac{x-2}{2} = 2$ veya $\frac{x-2}{2} = -2$

$x-2 = 4$ $\quad$ $x-2=-4$

$x = 4+2$ $\quad$ $x=-4+2$

$x = 6$ $\quad$ $x=-2$

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \{-2, 6\}$ dır.

SIRA SİZDE

$(3x+4)^2 = (x-2)^2$ denklemini çözünüz.

ÖRNEK

$(2x-1)^{15} = 27^{10}$ denklemini çözelim.

Çözüm

27^{10} ifadesini üssü 15 olacak biçimde yazalım.

$$27^{10} = (3^3)^{10} = 3^{30} = (3^2)^{15}$$

Denklemde 27^{10} yerine $(3^2)^{15}$ sayısını yazalım ve gerekli işlemleri yapalım.

$$(2x-1)^{15} = (3^2)^{15}$$
$$2x-1 = 9$$
$$2x = 10$$
$$x = 5$$

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \{5\}$ tir.

SIRA SİZDE

$(4x-4)^9 = x^{18}$ denklemini çözünüz.

ÖRNEK

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulalım.

a. $3\cdot 2^x = 24$

b. $(7-x)^3 = 125$

c. $2\cdot 3^{x+1} + 3^x = 63$

ç. $\dfrac{22^x + 22^x}{11^x + 11^x + 11^x} = \dfrac{32}{3}$

d. $(7-x)^2 = 25$

e. $5^x \cdot 125^{x+1} = \dfrac{1}{5}$

Çözüm

a. $3\cdot 2^x = 24$

$2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3$

$\Rightarrow x = 3$

$Ç = \{3\}$

b. $(7-x)^3 = 125$

$(7-x)^3 = 5^3 \Rightarrow 7-x = 5$

$-x = 5-7$

$x = 2$

$Ç = \{2\}$

c. $2\cdot 3^{x+1} + 3^x = 63$

$2\cdot 3^x \cdot 3 + 3^x = 63$

$6\cdot 3^x + 3^x = 63$

$(6+1)3^x = 63$

$7\cdot 3^x = 63$

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x = 2$

$Ç = \{2\}$

ç. $\dfrac{22^x + 22^x}{11^x + 11^x + 11^x} = \dfrac{32}{3}$

$\dfrac{2\cdot 22^x}{3\cdot 11^x} = \dfrac{32}{3}$

$\dfrac{22^x}{11^x} = 16$

$\dfrac{(2\cdot 11)^x}{11^x} = 16$

$\dfrac{2^x\cdot 11^x}{11^x} = 2^4$

$2^x = 2^4$

$x = 4$

$Ç = \{4\}$

d. $(7-x)^2 = 25 \Rightarrow (7-x)^2 = 5^2$

$\Downarrow$

$7-x = 5$ veya $7-x = -5$

$x = 2$ veya $x = 12$

$Ç = \{2, 12\}$

e. $5^x \cdot 125^{x+1} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow 5^x\cdot(5^3)^{x+1} = 5^{-1}$

$5^x\cdot 5^{3x+3} = 5^{-1}$

$5^{x+3x+3} = 5^{-1}$

$5^{4x+3} = 5^{-1}$

$4x+3 = -1$

$4x = -4$

$x = -1$

$Ç = \{-1\}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a. $105 + 4\cdot 5^x = 5^{x+2}$

b. $7^{x+2} - 6\cdot 7^{x+1} + 3\cdot 7^x = 10$

ÖRNEK

$\left.\begin{aligned}3^{-x} &= m\\ 5^{x} &= n\end{aligned}\right\}$ olduğuna göre 225^x sayısını m ve n türünden ifade edelim.

Çözüm

$3^{-x} = m$ ....①

$5^{x} = n$ ....②

① numaralı denklemi ele alalım.

$3^{-x} = m$ (Eşitliğin her iki tarafının -1. kuvvetini alalım.)

$(3^{-x})^{-1} = (m)^{-1}$

$3^{x} = m^{-1}$ ....③

225 sayısını asal çarpanlarına ayıralım. 225^x sayısını 3^x ve 5^x türünden yazalım.

$$225 = 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow 225^x = (3^2 \cdot 5^2)^x$$
$$= 3^{2x} \cdot 5^{2x}$$
$$= (3^x)^2 \cdot (5^x)^2$$
$$= (m^{-1})^2 \cdot n^2 \quad \text{(② ve ③ numaralı denklemlerden)}$$
$$= \frac{n^2}{m^2}$$

ÖRNEK

$\left.\begin{aligned}5^{x} &= 81\\ 9^{y} &= 25\end{aligned}\right\}$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımını bulalım.

Çözüm

$5^{x} = 81$ ....①

$9^{y} = 25$ ....②

② numaralı denklemi ele alalım.

$$9^y = 25 \Rightarrow (3^2)^y = 5^2 \Rightarrow 3^{2y} = 5^2$$
$$3^y = 5$$

① numaralı denklemde 5^x li terim bulunduğundan ② numaralı denklemde de 5^x li terim elde etmeye çalışalım. Bunun için en son elde ettiğimiz eşitliğin her iki tarafının x. kuvvetini alalım.

$$3^y = 5 \Rightarrow (3^y)^x = 5^x \Rightarrow 3^{x \cdot y} = 5^x$$

① numaralı denklemde 5^x yerine $3^{x \cdot y}$ değerini yazalım.

$$5^x = 81 \Rightarrow 3^{x \cdot y} = 81 \Rightarrow 3^{x \cdot y} = 3^4$$
$$\Rightarrow x \cdot y = 4$$

SIRA SİZDE

$\left.\begin{aligned}3^{x} &= 2\\ 5^{y} &= 27\end{aligned}\right\}$ olduğuna göre $5^{x \cdot y}$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÖRNEK

$(2x-9)^{3x-9}=1$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Bu tür denklemlerin çözümü üç farklı durumda incelenir:

1. durum: Tabanın 1 e eşit olması

$$2x-9=1 \Rightarrow 2x=10$$
$$x=5$$

$x=5$ değeri denklemin bir köküdür.

2. durum: Tabanın -1 e eşit ve üssün çift olması

$$2x-9=-1 \Rightarrow 2x=8$$
$$x=4$$

Verilen ifadenin üssü yani $3x-9$ ifadesi $x=4$ değeri için çift sayı oluyor mu?

$$x=4 \quad \text{için} \quad 3x-9=3\cdot4-9$$
$$=12-9$$
$$=3$$

Verilen ifadenin üssü $x=4$ değeri için çift sayı olmadığından $x=4$ değeri denklemin bir kökü değildir.

3. durum: Üssün sıfır ve tabanın sıfırdan farklı bir gerçek sayı olması

$$3x-9=0 \Rightarrow 3x=9$$
$$x=3$$

Verilen ifadenin tabanı yani $2x-9$ ifadesi $x=3$ değeri için sıfırdan farklı bir gerçek sayıya eşit oluyor mu?

$$x=3 \quad \text{için} \quad 2x-9=2\cdot3-9$$
$$=6-9$$
$$=-3$$

Verilen ifadenin tabanı $x=3$ değeri için sıfırdan farklı bir gerçek sayıya eşit olduğundan $x=3$ değeri denklemin bir köküdür.

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi 1. durum ve 3. durumda bulduğumuz 3 ve 5 gerçek sayılarından oluşan kümedir.

$$Ç=\{3,\ 5\}$$

SIRA SİZDE

$(x-5)^{2x-6}=1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanlarını bulunuz.

a. $3^5 > 0$ **b.** $3^{-2} > 0$ **c.** $(-4)^{-5} > 0$ **ç.** $(-4)^4 < 0$

2. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $(3^2)^3$ **b.** $(2^{-3})^5$ **c.** $(2^{-2})^{-4}$ **ç.** $(-2^3)^3$

3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\dfrac{2^{10}}{4^4}$ **b.** $\dfrac{3\cdot 9^3}{27^2}$ **c.** $\dfrac{8^{-2}}{4^{-1}}$ **ç.** $\dfrac{25^{-2}}{5^2}$

4. $(-a)^5\cdot(-a)^{-4}\cdot a^{-3}$ ifadesini daha sade biçimde yazınız.

5. $\dfrac{(0,4)^2\cdot(0,03)^3}{(0,06)^4}$ işlemini yapınız.

6. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{n+1}\cdot\left(\dfrac{b}{c}\right)^{n}\cdot\left(\dfrac{c}{a}\right)^{n-1}$ işlemini yapınız.

7. Aşağıda verilen denklemlerin bir üslü denklem olup olmadığını belirtiniz. Üslü denklemlerin katsayısını ve tabanını belirtiniz.

a. $y=\dfrac{3}{5}\cdot 2^x$ **b.** $y=1+x^2$ **c.** $y=4^x$ **ç.** $y=\sqrt{x}+2$

8. $3^{x+2}=243$ denklemini çözünüz.

9. $12^x=64\cdot 18^2$ denklemini çözünüz.

10. $3^{x+1}-3^{x-1}=6^3$ denklemini çözünüz.

11. $4^{-2x}\cdot 2^{x+3}\cdot 8^x=2$ denklemini çözünüz.

12. $(x^2-8)^{x+3}=1$ denklemini çözünüz.

Köklü İfadeler

BİLGİ

a pozitif bir gerçek sayı olsun. Karesi (2. kuvveti) a sayısına eşit olan sayılara a'nın karekökleri denir.

- Bir sayının karesi negatif olamayacağı için negatif sayıların karekökü yoktur.
- $a = 0$ ise a'nın karekökü sıfırdır.
- $a > 0$ ise a'nın iki karekökü vardır. Kareköklerden biri pozitif diğeri ise negatiftir. Bu karekökler sırasıyla $\sqrt{a}$ ve $-\sqrt{a}$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

Aşağıdaki köklü ifadeleri tam sayı olarak yazalım.

a. $\sqrt{0}$ **b.** $-\sqrt{36}$ **c.** $\sqrt{(-5)^2}$

Çözüm

a. $\sqrt{0} = 0$ **b.** $-\sqrt{36} = -6$ **c.** $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki köklü ifadeleri tam sayı olarak yazınız.

a. $\sqrt{16}$ **b.** $-\sqrt{9}$ **c.** $\sqrt{(-1)^2}$

Mutlak Değer ile Karekök Arasındaki İlişki

BİLGİ

Genel olarak, $a \geq 0$ için $\sqrt{a^2} = a$ ve $a < 0$ için $\sqrt{a^2} = -a$ olur. Bu durumu aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & , \quad a \geq 0 \text{ ise} \\ -a & , \quad a < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

Mutlak değer için de aşağıdaki özelliği yazabiliriz:

$$|a| = \begin{cases} a & , \quad a \geq 0 \text{ ise} \\ -a & , \quad a < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

O hâlde $\sqrt{a^2} = |a|$ eşitliğini yazabiliriz.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $\sqrt{3^2}$ **b.** $\sqrt{(-4)^2}$ **c.** $-2\sqrt{(-5)^2}$

Çözüm

a. $\sqrt{3^2} = |3| = 3$ **b.** $\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$ **c.** $-2\sqrt{(-5)^2} = -2 \cdot |-5|$

$= -2 \cdot 5$

$= -10$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\sqrt{5^2}$ **b.** $\sqrt{(-7)^2}$ **c.** $3\sqrt{(-10)^2}$

Köklü İfade ile Üslü İfade Arasındaki İlişki

BİLGİ

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ ve $a, x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a'nın n. kuvvetten kökü denir ve $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ biçiminde gösterilir.

$\sqrt[n]{a}$ ifadesinde $n = 2$ ise $\sqrt[2]{a}$ ifadesi $\sqrt{a}$ biçiminde yazılır ve karekök a diye okunur.

ÖRNEK

Aşağıdaki üslü ifadelerin köklü ifade olarak yazılışını inceleyelim.

a. $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a^1} = \sqrt{a}$ **b.** $7^{\frac{2}{3}} = (7^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$ **c.** $a^{\frac{2}{5}} = (a^2)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a^2}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki üslü ifadeleri köklü ifade biçiminde yazınız.

a. $3^{\frac{1}{3}}$ **b.** $8^{\frac{1}{4}}$ **c.** $5^{\frac{2}{5}}$

ÖRNEK

Aşağıdaki köklü ifadelerin üslü ifade biçiminde yazılışını inceleyelim.

a. $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ **b.** $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$ **c.** $\sqrt[4]{a^{\frac{4}{5}}} = a^{\frac{4}{5.4}} = a^{\frac{1}{5}}$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki köklü ifadeleri üslü ifade biçiminde yazınız.

a. $\sqrt{27}$ **b.** $\sqrt[3]{16}$ **c.** $\sqrt[4]{32}$

Kök Dereceleri Eşit Olan Köklü İfadelerin Çarpımı

BİLGİ

Kök dereceleri eşit olan köklü ifadelerin çarpımında kök içindeki sayılar çarpılır, elde edilen çarpım aynı dereceli kök içine yazılır. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{3}$

b. $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$

c. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9}$

Çözüm

a. $\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{7 \cdot 3} = \sqrt[5]{21}$

b. $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{2 \cdot 8} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$

c. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{9 \cdot 9} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$

Kök Dereceleri Eşit Olan Köklü İfadelerin Bölümü

BİLGİ

Kök dereceleri eşit olan iki köklü ifadenin bölümünde kök içindeki sayılar bölünür, elde edilen bölüm aynı dereceli kök içine yazılır. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \dfrac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $\dfrac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{5}}$

b. $\sqrt{\dfrac{21}{2}} : \sqrt{\dfrac{7}{6}}$

c. $\dfrac{\sqrt[5]{4^6}}{\sqrt[5]{4^{-4}}}$

Çözüm

a. $\dfrac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\dfrac{15}{5}} = \sqrt[3]{3}$

b. $\sqrt{\dfrac{21}{2}} : \sqrt{\dfrac{7}{6}} = \sqrt{\dfrac{21}{2} : \dfrac{7}{6}} = \sqrt{\dfrac{21}{2} \cdot \dfrac{6}{7}} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3$

c. $\dfrac{\sqrt[5]{4^6}}{\sqrt[5]{4^{-4}}} = \sqrt[5]{\dfrac{4^6}{4^{-4}}} = \sqrt[5]{4^{6+4}} = \sqrt[5]{4^{10}} = 4^{\frac{10}{5}} = 4^2$

SIRA SİZDE

$\sqrt[9]{\dfrac{3^3}{8^2}} : \sqrt[9]{\dfrac{8}{3^6}}$ işlemini yapınız.

Köklü İfadenin Üssünü Alma

BİLGİ

Köklü bir ifadenin üssü alınırken kök içindeki sayının üssü alınır, elde edilen üslü ifade aynı dereceli kök içine yazılır. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 2$ olmak üzere, $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $(\sqrt[3]{5})^2$ **b.** $(\sqrt[7]{4^2})^3$ **c.** $(\sqrt[5]{2^2})^{10}$

Çözüm

a. $(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2}$

b. $(\sqrt[7]{4^2})^3 = \sqrt[7]{(4^2)^3} = \sqrt[7]{4^6}$

c. $(\sqrt[5]{2^2})^{10} = \sqrt[5]{(2^2)^{10}} = \sqrt[5]{2^{20}} = 2^{\frac{20}{5}} = 2^4$

SIRA SİZDE

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $(\sqrt{2})^3$ **b.** $(\sqrt[4]{5})^4$ **c.** $(\sqrt[7]{2^3})^4$

Köklü İfadede Kök Dışındaki Sayıyı Kök İçine Alma

BİLGİ

Köklü bir ifadede kök dışındaki pozitif bir sayı kök içerisine alınırken ifadenin üssü kökün derecesi ile çarpılır. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$ dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki köklü ifadelerde kök dışındaki sayıları kök içine alalım.

a. $3\sqrt{5}$ **b.** $5\sqrt[3]{4}$ **c.** $2^2\sqrt{15}$

Çözüm

a. $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$

b. $5\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{125 \cdot 4} = \sqrt[3]{500}$

c. $2^2\sqrt{15} = \sqrt{2^{2 \cdot 2} \cdot 15} = \sqrt{2^4 \cdot 15} = \sqrt{16 \cdot 15} = \sqrt{240}$

Kökün Derecesini Genişletme

BİLGİ

Köklü bir ifadede kökün derecesini ve kök içindeki sayının üssünü aynı pozitif tam sayı ile çarpabiliriz (Verilen ifadenin değeri değişmez.). Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n, p \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt[3]{5^2}$ ve $\sqrt[4]{5^3}$ sayılarını karşılaştıralım.

Çözüm

Verilen iki ifadenin kök derecelerini eşitleyelim.

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3 \cdot 4]{5^{2 \cdot 4}} = \sqrt[12]{5^8} \\ \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[4 \cdot 3]{5^{3 \cdot 3}} = \sqrt[12]{5^9} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt[4]{5^3} > \sqrt[3]{5^2} \text{ dir.}$$

Kök dereceleri eşit olan köklü ifadelerde kök içi büyük olan ifade daha büyüktür.

SIRA SİZDE

$\sqrt[3]{4}$ ve $\sqrt[4]{5}$ sayılarını karşılaştırınız.

Kök İçinde Köklü İfadeler

BİLGİ

Kök içinde köklü ifadeleri tek kök içinde yazmak için kök dereceleri çarpılır, çarpım kök derecesi olarak yazılır. En içteki ifadede değişiklik yapılmaz. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$, $m, n \geq 2$ olmak üzere, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ dır.

ÖRNEK

Aşağıda verilen ifadelerin tek kök içinde yazılışını inceleyelim.

a. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3 \cdot 4]{5} = \sqrt[12]{5}$

b. $\sqrt[7]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[7 \cdot 4]{2} = \sqrt[28]{2}$

c. $\sqrt[8]{\sqrt[5]{7}} = \sqrt[8 \cdot 5]{7} = \sqrt[40]{7}$

SIRA SİZDE

$\sqrt{\sqrt[3]{3}}$ ifadesini tek kök içinde yazınız.

Kareköklü Bir İfadenin Paydasını Kareköksüz Yazma

Payda Tek Terimli

BİLGİ

Verilen kesrin paydası kareköklü tek bir terim ise bu kesrin paydasını kareköksüz yazmak için kesir paydadaki kareköklü terim ile genişletilir. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a > 0$ olmak üzere, $\dfrac{b}{\sqrt{a}} = \dfrac{b \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \dfrac{b\sqrt{a}}{a}$ dır.

ÖRNEK

a. $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

b. $\dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

Payda İki Terimli

BİLGİ

Verilen kesrin paydası iki terimden oluşan kareköklü bir ifade ise kesrin paydasını kareköksüz yazmak için kesir paydanın eşleniği ile genişletilir. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a, b > 0$ olmak üzere, $\dfrac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \dfrac{c \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \dfrac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ eşitliği iki kare farkı özdeşliği diye adlandırılır. Eşitliğin sağındaki çarpanlardan her birine diğerinin eşleniği denir.

Bu özdeşlik aşağıdaki biçimlerde de verilebilir:

$$a^2 - b = (a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b})$$

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

ÖRNEK

$$\underset{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\dfrac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}} = \dfrac{3 \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \dfrac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \dfrac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

SIRA SİZDE

$\dfrac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ sayısını paydası kareköksüz olacak biçimde yazınız.

Köklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma

BİLGİ

Kök dereceleri eşit ve kök içleri aynı olan köklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri bu ifadelerin katsayıları üzerinden yapılır. Bu kuralı sembolik olarak aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$a \in \mathbb{R}^+$, $x, y \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}^+$, $n \geq 2$ olmak üzere, $x\sqrt[n]{a} \mp y\sqrt[n]{a} = (x \mp y)\sqrt[n]{a}$ dır.

ÖRNEK

Aşağıdaki ifadeleri sade biçimde yazalım.

a. $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$ **b.** $\sqrt{75} + \sqrt{27} + \sqrt{12}$ **c.** $2\sqrt{54} + 3\sqrt{96} - \sqrt{150}$

Çözüm

a.
$$3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3 + 2 - 1)\sqrt{5} = (5 - 1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

b.
$$\sqrt{75} + \sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3}$$
$$= \sqrt{5^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 3}$$
$$= 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$
$$= (5 + 3 + 2)\sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3}$$

c.
$$2\sqrt{54} + 3\sqrt{96} - \sqrt{150} = 2\sqrt{9 \cdot 6} + 3\sqrt{16 \cdot 6} - \sqrt{25 \cdot 6}$$
$$= 2\sqrt{3^2 \cdot 6} + 3\sqrt{2^4 \cdot 6} - \sqrt{5^2 \cdot 6}$$
$$= 2 \cdot 3\sqrt{6} + 3 \cdot 2^2\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$$
$$= 6\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$$
$$= 13\sqrt{6}$$

SIRA SİZDE

$\sqrt{48} + \sqrt{147} - \sqrt{300}$ ifadesini sade biçimde yazınız.

ÖRNEK

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulalım.

a. $\sqrt{x} = 12$ **b.** $\sqrt{x} - 11 = 21$ **c.** $6\sqrt{x} = 42$

Çözüm

a. $\sqrt{x} = 12 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (12)^2 \Rightarrow x = 12^2$

$= 144 \Rightarrow Ç = \{144\}$

b. $\sqrt{x} - 11 = 21 \Rightarrow \sqrt{x} = 32 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (32)^2$

$x = 1024 \Rightarrow Ç = \{1024\}$

c. $6\sqrt{x} = 42 \Rightarrow \sqrt{x} = \dfrac{42}{6} \Rightarrow \sqrt{x} = 7$

$x = 7^2 \Rightarrow x = 49 \Rightarrow Ç = \{49\}$

ÖRNEK

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulalım.

a. $-5 + \sqrt{x+3} = 1$ **b.** $\sqrt{x+30} = x$ **c.** $\sqrt{6x-5} = x$

Çözüm

a. $-5 + \sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 1 + 5$

$\sqrt{x+3} = 6$

$(\sqrt{x+3})^2 = 6^2$

$x + 3 = 36$

$x = 33 \Rightarrow Ç = \{33\}$

b. $\sqrt{x+30} = x \Rightarrow (\sqrt{x+30})^2 = (x)^2$

$x + 30 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0$

$(x-6)(x+5) = 0 \Rightarrow x - 6 = 0$ veya $x + 5 = 0$

$\Rightarrow x = 6$ veya $x = -5$

$x = -5$ değerini $\sqrt{x+30} = x$ denkleminde yerine koyarsak $\sqrt{25} = -5$ elde ederiz. Karekökü bir ifade negatif olamayacağı için $x = -5$ değeri denklemin bir çözümü değildir. Öyleyse $Ç = \{6\}$ dır.

c. $\sqrt{6x-5} = x \Rightarrow (\sqrt{6x-5})^2 = x^2$

$6x - 5 = x^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Rightarrow (x-1)(x-5) = 0$

$\Rightarrow x = 1$ veya $x = 5$

$x = 1$ ve $x = 5$ değerlerinin her ikisi de $\sqrt{6x-5} = x$ denklemini sağlar.

Öyleyse denklemin çözüm kümesi $Ç = \{1, 5\}$ tir.

ÖRNEK

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümesini bulalım.

a. $3+4\sqrt[3]{x-3}=x$ **b.** $\sqrt{4+x\sqrt{2x^2+7}}=x+2$

Çözüm

a. $3+4\sqrt[3]{x-3}=x \Rightarrow 4\sqrt[3]{x-3}=x-3$

$x=3$ değeri için eşitliğin her iki tarafı sıfıra eşit olduğundan $x=3$ denklemin bir köküdür. Öyleyse x'i 3 ten farklı kabul edip eşitliğin her iki tarafını $\sqrt[3]{x-3}$ ifadesine bölelim.

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt[3]{x-3}}{\sqrt[3]{x-3}}=\frac{x-3}{\sqrt[3]{x-3}}$$

$$\Rightarrow 4=\frac{(x-3)^1}{(x-3)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\Rightarrow (x-3)^{\frac{2}{3}}=4$$

Elde ettiğimiz son eşitlikte her iki tarafın önce küpünü sonra da karekökünü alalım.

$$\Rightarrow (x-3)^2=4^3=2^6$$

$$\Rightarrow |x-3|=2^3$$

$$\Rightarrow x-3=8 \text{ veya } x-3=-8$$

$$\Rightarrow x=11 \text{ veya } x=-5$$

O hâlde $Ç=\{-5, 3, 11\}$ dir.

b. $\sqrt{4+x\sqrt{2x^2+7}}=x+2 \Rightarrow 4+x\sqrt{2x^2+7}=x^2+4x+4$

$$\Rightarrow x\sqrt{2x^2+7}=x^2+4x$$

$$\Rightarrow x\sqrt{2x^2+7}=x(x+4)$$

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafında x çarpım hâlinde olduğundan $x=0$ denklemin bir köküdür. Öyleyse x'i 0 dan farklı kabul edip eşitliğin her iki tarafını x'e bölelim.

$$\Rightarrow \frac{x\sqrt{2x^2+7}}{x}=\frac{x(x+4)}{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x^2+7}=x+4$$

$$\Rightarrow 2x^2+7=x^2+8x+16$$

$$\Rightarrow 2x^2-x^2-8x+7-16=0$$

$$\Rightarrow x^2-8x-9=0$$

$$\Rightarrow (x-9)(x+1)=0$$

$$\Rightarrow x=9 \text{ veya } x=-1$$

O hâlde $Ç=\{-1, 0, 9\}$ dur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki üslü ifadeleri köklü ifade biçiminde yazınız.

a. $25^{\frac{1}{3}}$ **b.** $3^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}$ **c.** $4^{\frac{3}{4}}$

2. Aşağıdaki köklü ifadeleri üslü ifade biçiminde yazınız.

a. $\sqrt[3]{5}$ **b.** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ **c.** $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{9}$

3. Aşağıdaki ifadeleri tek bir kök içine alınız ve sadeleştiriniz.

a. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}$ **b.** $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{81}$ **c.** $\sqrt{a-\sqrt{b}} \cdot \sqrt{a+\sqrt{b}}$

ç. $\dfrac{\sqrt[5]{125}}{\sqrt[5]{5}}$ **d.** $\dfrac{\sqrt[3]{16^2}}{\sqrt[3]{2^{-2}}}$ **e.** $\dfrac{\sqrt{\frac{18}{7}}}{\sqrt{\frac{14}{9}}}$

4. Aşağıdaki ifadelerde kök dışındaki sayıları kök içine alınız.

a. $5\sqrt{3}$ **b.** $3\sqrt[3]{2}$ **c.** $2\sqrt[4]{2}$

5. Aşağıdaki ifadeleri en sade biçimde yazınız.

a. $(\sqrt[3]{5^2})^6$ **b.** $(\sqrt[4]{4})^2$ **c.** $(\sqrt{a^3})^4$

6. Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a. $\sqrt{3},\ \sqrt[3]{4},\ \sqrt[4]{7}$ **b.** $4\sqrt{5},\ 3\sqrt{6},\ 2\sqrt{7}$ **c.** $-\sqrt{12},\ -2\sqrt{2},\ \sqrt[3]{(-3)^3}$

7. Aşağıdaki ifadeleri sadeleştiriniz.

a. $2\sqrt{3}-\sqrt{27}$ **b.** $4\sqrt{5}-2\sqrt{45}+\sqrt{125}$ **c.** $\sqrt{3}(\sqrt{96}-\sqrt{24})$

8. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ **b.** $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{32}$ **c.** $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{18}$

9. Aşağıdaki kesirlerin paydalarını rasyonel yapınız.

a. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **b.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}+3}$ **c.** $\dfrac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

10. Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a. $\sqrt{x+15}=x+3$ **b.** $2+\sqrt{x^2-2}=x$ **c.** $\sqrt{x+3}+\sqrt{x}=\dfrac{6}{\sqrt{x+3}}$

Üslü ve Köklü İfadeler İçeren Problemler

ÖRNEK



Brezilya'da yapılan 2014 FİFA Dünya Kupası'na 32 takım katıldı. Her tur sonunda takımların yarısı elendi. Bu turlarda yarışan takımların sayısını veren bağıntıyı yazalım. Tabloyla gösterelim.

Çözüm

Verilenlere göre;

1. turda yarışan takım sayısı: 32

2. turda yarışan takım sayısı: $32\left(\frac{1}{2}\right)^1$

3. turda yarışan takım sayısı: $32\left(\frac{1}{2}\right)^2$

⋮

n. turda yarışan takım sayısı: $32\left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)}$

Bu müsabakanın en son turunda yani finalinde 2 takım karşı karşıya gelmiştir. Öyleyse müsabakanın kaç turda tamamlandığını bulalım.

$$32\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 \Rightarrow 2^{n-1} \cdot 2 = 32$$
$$\Rightarrow 2^n = 2^5$$
$$\Rightarrow n = 5$$

O hâlde müsabaka 5 turda tamamlanmıştır.

Aşağıdaki tabloyu oluşturalım.

Tur Kodu	Takım Sayısı
1	32
2	16
3	8
4	4
5	2

SIRA SİZDE

- Bu örnekte verilen durum için her tur sonunda elenen takım sayısını veren bağıntıyı bulunuz.
- 2, 3 ve 4. tur sonunda müsabakanın başından itibaren elenen takım sayılarını bulunuz.

ÖRNEK

Bir adadaki tavşan sayısı belirli bir süre incelenmiştir. Başlangıçtaki tavşan sayısı A_0 olmak üzere t yıl sonraki tavşan sayısını (y) veren bağıntı

$$y = A_0\left(\frac{5}{4}\right)^t$$

biçiminde ifade edilmiştir.



İnceleme başladıktan 2 yıl sonra adadaki tavşan sayısı 500 olduğuna göre A_0 değerini bulalım.

Çözüm

Verilen bağıntıda t yerine 2 ve y yerine 500 yazıp A_0 değerini bulalım.

$$500 = A_0\left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow 500 = A_0 \cdot \frac{25}{16}$$

$$A_0 = \frac{500 \cdot 16}{25}$$

$$A_0 = 320$$

O hâlde adada başlangıçta 320 tavşan vardır.

ÖRNEK

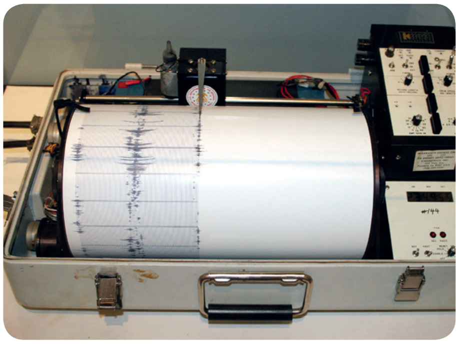
R, depremin büyüklüğü (Richter ölçeğindeki değeri),

ℓ, sismografın 100 km uzaktan kaydettiği depremin dalga boyu (şiddeti),

ℓ_0, ölçülebilecek en küçük dalga boyu (1 mikron)

olmak üzere Richter ölçeği şu formülle yazılır:

$$10^R = \frac{\ell}{\ell_0}$$



Sismograf

Buna göre sismografın ölçtüğü dalga boyu 10 000 mikron olan bir depremin Richter ölçeğindeki büyüklüğünü bulalım $(1 \text{ mikron} = 10^{-4} \text{ cm})$.

Çözüm

Verilen $\ell = 10\ 000$ ve $\ell_0 = 1$ mikron değerlerini $10^R = \frac{\ell}{\ell_0}$ bağıntısında yerlerine yazalım.

$$10^R = \frac{10\ 000}{1} \Longrightarrow 10^R = 10\ 000$$

$$R = 4 \text{ bulunur.}$$

O hâlde dalga boyu yüksekliği 10 000 mikron olan depremin büyüklüğü 4 tür.

ÖRNEK

Mümtaz Bey birikimini her yıl %10 artırmaktadır. Mümtaz Bey'in t yıl sonraki birikimini veren bağıntıyı yazalım. Mümtaz Bey'in başlangıçtaki birikimi 1000 TL olduğunda 3 yıl sonraki birikimini bulalım.

Çözüm

Mümtaz Bey'in başlangıçtaki birikimi a lira olsun.

1 yıl sonraki birikimi, $a+\frac{10}{100}a = a + 0{,}1a = 1{,}1a = a\cdot(1{,}1)$ olur.

Benzer biçimde, birikimi her yıl %10 arttırarak aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz:

> Bir sayının veya değerin %10 fazlasını bulmak için verilen sayı veya değer 1,1 ile çarpılır.

2 yıl sonraki birikimi $= a\cdot(1{,}1)\cdot(1{,}1) = a\cdot(1{,}1)^2$

3 yıl sonraki birikimi $= a\cdot(1{,}1)^2\cdot(1{,}1) = a\cdot(1{,}1)^3$

⋮

t yıl sonraki birikimi $= a\cdot(1{,}1)^{t-1}\cdot(1{,}1) = a\cdot(1{,}1)^t$

O hâlde Mümtaz Bey'in t yıl sonraki birikimini veren bağıntıyı ifade edelim.

$$y = a\cdot(1{,}1)^t$$

a → başlangıçtaki birikimi

y → t yıl sonraki birikimi

Mümtaz Bey'in başlangıçtaki birikimi 1000 TL olduğunda 3 yıl sonraki birikimini bulalım.

3 yıl sonraki birikimini bulmak için yukarıdaki bağıntıda a yerine 1000 ve t yerine 3 yazalım.

$$\begin{aligned} y &= a\cdot(1{,}1)^t \\ &= 1000(1{,}1)^3 \\ &= 1000\cdot 1{,}331 \\ &= 1331 \end{aligned}$$

Mümtaz Bey'in başlangıçtaki birikimi 1000 TL olduğunda 3 yıl sonraki birikimi 1331 TL'dir.

SIRA SİZDE

Karlı bir tepeden aşağı doğru 1 cm^3 hacminde bir kar topu atılıyor. Bu kar topunun hacmi her saniye %30 artıyor.

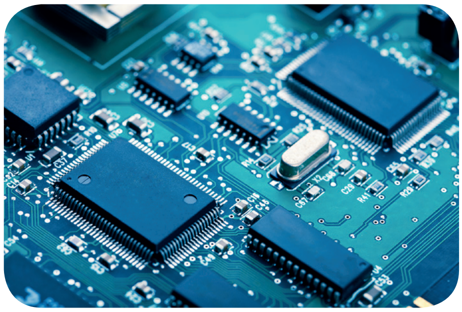


a. Kartopunun t. saniyedeki hacmini veren bağıntıyı yazınız.

b. Kartopunun 2. saniyedeki hacmini bulunuz.

c. Kartopunun 4. saniyedeki hacmini bulunuz.

ÖRNEK



Mühendis (aynı zamanda iş adamı) Gordon Moore (Gordın Mur) 1965 yılında yazdığı bir makalede bilgisayar işlemcilerinin hesap gücünün her 1,5 yılda iki katına çıkacağını ve bunun, sonraki dönemlerde de tekrarlanacağını söyledi. Gerçekten de bu tahmin doğru çıktı ve "Moore Yasası" adıyla bir endüstri standardı hâline geldi.

Bilgisayar işlemcilerinin bugünkü hesap gücü H_0 olmak üzere t yıl sonraki hesap gücünü veren bağıntı

$$H_0 \cdot 2^{\frac{t}{1,5}}$$

biçimindedir.

Moore Yasası'na göre, bilgisayar işlemcileri bugünkü hesap gücünün 256 katına kaç yıl sonra ulaşır? Bulalım.

Çözüm

İşlemcilerin t yıl sonraki hesap gücünü veren bağıntıyı $256 \cdot H_0$ a eşitleyelim ve t değerini bulalım.

$$H_0 \cdot 2^{\frac{t}{1,5}} = 256 \cdot H_0$$

$$2^{\frac{t}{\frac{3}{2}}} = 256$$

$$2^{\frac{2t}{3}} = 2^8$$

$$\frac{2t}{3} = 8$$

$$t = 12$$

O hâlde, işlemcilerin hesap gücü 12 yıl sonra 256 katına çıkar.

SIRA SİZDE



Arthur Rock (Artur Rak) adlı bir yatırımcının ortaya attığı görüşe göre bilgisayar işlemcisi üreten bir fabrikanın kuruluş maliyeti her dört yılda bir, iki katına çıkmaktadır. Bu görüş gerçek hayatta doğrulanmış ve "Rock Kuralı" olarak adlandırılmıştır.

Rock Kuralı'na göre bilgisayar işlemcisi üreten bir fabrikanın bir yıllık maliyet artışı yaklaşık olarak yüzde kaçtır?

$\sqrt[4]{2} \approx 1,19$

ÖRNEK

Bir buhar kazanının sıcaklık bağıntısı,

$$T = 150 \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{2^t}}$$

olarak verilmiştir. Burada t saat cinsinden zamanı, T ise °C cinsinden kazanın sıcaklığını göstermektedir.



a. Kazanın 2. saatteki sıcaklığını bulalım.

b. Kazanın sıcaklığı kaçıncı saatte 75 °C olur? Hesaplayalım.

Çözüm

a. İkinci saatteki sıcaklık için verilen bağıntıda t yerine 2 yazalım.

$$\begin{aligned} T &= 150 \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{2^2}} \\ &= 150 \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{4}} \\ &\approx 150 \cdot 0,7578 \\ &\approx 113,67 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{4}} \approx 0,7578$$

Kazanın 2. saatteki sıcaklığı yaklaşık olarak 113,67 °C olur.

b. Sıcaklığın 75 °C olması istendiğinden bağıntıda T yerine 75 yazıp t süresini hesaplayalım.

$$75 = 150 \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{2^t}} \Rightarrow \frac{75}{150} = \frac{1}{\sqrt[5]{2^t}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2^{\frac{t}{5}}}$$

$$2^1 = 2^{\frac{t}{5}}$$

$$1 = \frac{t}{5}$$

$$t = 5$$

Kazanın sıcaklığı 5. saatte 75 °C olur.

SIRA SİZDE

Yukarıdaki örnekte verilen sıcaklık bağıntısına göre;

a. Kazanın 10. saatteki sıcaklığını bulunuz.

b. Kazanın sıcaklığı kaçıncı saatte 18,75 °C olur? Hesaplayınız.

ÖRNEK

64 000 TL'ye alınmış bir araba yılda %25 değer kaybına uğramaktadır. Arabanın yıllara göre değerini veren bağıntıyı yazalım. Arabanın alındıktan 4 yıl sonraki değerini bulalım.



Çözüm

Araba yılda %25 değer kaybına uğradığına göre arabanın alındıktan 1 yıl sonraki değeri alış fiyatının yüzde $100-25=75$ i olur. Benzer biçimde arabanın alındıktan 2 yıl sonraki değeri, bir yıl önceki değerinin %75 i olur. Bu biçimde devam ederek aşağıdaki genellemeyi yapabiliriz:

Arabanın 1 yıl sonraki değeri: $64\ 000 \cdot \frac{75}{100} = 64\ 000 \cdot \frac{3}{4}$ TL

Arabanın 2 yıl sonraki değeri: $64\ 000 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$ TL

Arabanın 3 yıl sonraki değeri: $64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = 64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ TL

⋮

Arabanın t yıl sonraki değeri: $64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{t-1} \cdot \frac{3}{4} = 64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t$ TL

Arabanın t yıl sonraki değerini veren bağıntıda t yerine 4 yazıp istenileni elde edelim.

$$\begin{aligned} 64\ 000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 &= 64\ 000 \cdot \frac{3^4}{4^4} \\ &= 64\ 000 \cdot \frac{81}{256} \\ &= 20\ 250 \end{aligned}$$

O hâlde arabanın alındıktan 4 yıl sonraki değeri 20 250 TL olur.

ÖRNEK

2016 yılında Türkiye'nin nüfusu bir önceki yıla göre %1,35 artarak yaklaşık 79,81 milyon olmuştur. Bu artış hızıyla Türkiye'nin 2023 yılındaki nüfusunu yaklaşık olarak bulalım.

Çözüm

Türkiye'nin yıllık nüfus artışı %1,35 olarak alınırsa 2016 dan sonraki bir yıldaki nüfusu, bir önceki yıldaki nüfusunun $1+\frac{1,35}{100}=1,0135$ katı olacaktır. Örneğin Türkiye'nin

$(1,0135)^7 \approx 1,0984$

2017 yılındaki nüfusu $79,81 \cdot (1,0135)^1$,

2018 yılındaki nüfusu $79,81 \cdot (1,0135)^2$,

2019 yılındaki nüfusu $79,81 \cdot (1,0135)^3$ milyon olur.

$2023-2016=7$ olduğundan Türkiye'nin 2023 yılındaki nüfusu yaklaşık olarak

$$\begin{aligned} 79,81 \cdot (1,0135)^7 &\approx 79,81 \cdot 1,0984 \\ &\approx 87,66 \text{ milyon bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda, bir şehrin 2010 – 2015 yılları arasındaki nüfusuyla ilgili bilgiler verilmiştir.

Yıl	Nüfus (milyon)
2010	2,020
2011	2,093
2012	2,168
2013	2,246
2014	2,327
2015	2,411

Bu şehrin;

a. 2010 yılından t yıl sonraki nüfusunu veren bağıntıyı yazalım.

b. 2020 yılındaki nüfusunu yaklaşık olarak hesaplayalım.

Çözüm

a. 2011 ve 2012 yıllarındaki nüfusu, bir önceki yılın nüfusuna bölelim.

$$\frac{\text{2011 yılı nüfusu}}{\text{2010 yılı nüfusu}} = \frac{2\ 093\ 000}{2\ 020\ 000} \approx 1{,}036$$

$$\frac{\text{2012 yılı nüfusu}}{\text{2011 yılı nüfusu}} = \frac{2\ 168\ 000}{2\ 093\ 000} \approx 1{,}036$$

Her iki işlemde de elde ettiğimiz 1,036 sayısı, şehrin nüfusunun 2010 – 2011 ve 2011 – 2012 yılları arasında yaklaşık olarak %3,6 arttığını göstermektedir. Benzer biçimde diğer yıllar için de hesaplamalar yaparsak yine bu sayıyı elde ederiz.

Şehrin 2010 yılından t yıl sonraki nüfusunu veren bağıntıyı aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$2\ 020\ 000 \cdot (1{,}036)^t$$

b. $t = 10$ alarak şehrin 2020 yılındaki nüfusunu hesaplayalım.

$$2\ 020\ 000 \cdot (1{,}036)^{10} \approx 2\ 020\ 000 \cdot 1{,}42$$
$$\approx 2\ 877\ 000$$

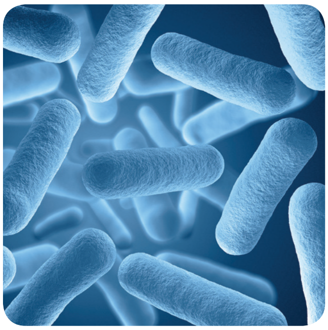
$(1{,}036)^{10} \approx 1{,}42$

Şehrin 2020 yılındaki nüfusu yaklaşık olarak 2 877 000 dir.

SIRA SİZDE

Şehrin nüfusunun 2017 yılında bir önceki yıla göre kaç kişi arttığını bulunuz.

ÖRNEK



Mikroorganizmalar, uygun çevresel koşullarda türlerine özgü bir hızla ürer. Koşulların uygunluğu devam ettiği sürece buna paralel olarak çoğalma da sürekli olur. Mikroorganizmalar, ikiye bölünmek suretiyle geometrik bir üreme tarzı gösterir.

Bakteri popülasyonunda meydana gelen her bölünmeye nesil, iki nesil arasında geçen zamana da nesil süresi adı verilir. Her nesil sonunda popülasyondaki birey sayısı iki katı olur. Nesil süresi bakteriden bakteriye değişiklik gösterir.

Aşağıdaki tabloda bazı bakterilerin nesil süreleri verilmiştir.

Bakteri	Nesil Süresi (dakika)
Escherichia coli	17
Bacillus megaterium	25
Streptococcus lactis	26
Staphylococcus aureus	30

Popülasyon: Belirli bir bölgede yaşayan ve aralarında akrabalık bulunan aynı türden canlıların topluluğudur.

Ortamdaki tüm şartlar büyüme için elverişli ise bakteri büyür ve bölünür.

Kolonideki bakteri sayısı,

Koloni: Tek bakteriden türeyen bakteri grubu.

Başlangıçta	1 iken,
Birinci nesilde	2,
İkinci nesilde	4,
Üçüncü nesilde	8,
⋮	
n. nesilde	2^n olur.

Başlangıçta 20 bakteri bulunan bir bakteri kolonisinde 6 saat sonra 320 bakteri bulunduğuna göre bu bakterinin nesil süresini hesaplayalım.

Çözüm

6 saat sonraki bakteri sayısını, başlangıçtaki bakteri sayısına bölerek bakteri sayısının kaç katına çıktığını bulalım.

$$\frac{320}{20} = 16$$

Bakteri sayısının kaçıncı nesilde 16 katına çıktığını bulalım.

$$2^n = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

Öyleyse 6 saatte 4 kez bölünme olmuştur.

O hâlde bakterilerin nesil süresi $\frac{6}{4} = 1,5$ saattir.

ÖRNEK



Bazı radyoaktif maddeler arkeolojik olarak eski nesnelerin yaşlarının belirlenmesinde kullanılır. Bunlar arasında Karbon-14 izotop atomu özel bir yer tutar.

Karbon-14 radyoaktiftir, atmosferin üst tabakalarında sürekli oluşarak aşağılara doğru yayılan bir izotop atomdur. Bu izotop atom fotosentez sırasında bitkilere, oradan da bitki yiyen canlılara geçer. Besin yolu ile canlılardan da başka canlılara geçer. Karbon-14 izotop atomunun yarı ömrü 5730 yıldır. Her 5730 yıl süresince başlangıcında bulunan Karbon-14 miktarı yarıya iner. Kalan Karbon-14 de bir sonraki 5730 senede yarıya düşer. Karbon-14 miktarındaki düşüş bir yarı ömürden diğerine sürekli devam eder.

Yaşayan bitki ve hayvanların vücudunda Karbon-14 izotop atomunun yanında eşit miktarda Karbon-12 izotop atomu bulunur. Karbon-12 radyoaktif olmadığı için dönüşüme uğramaz. Yaşam durunca Karbon-12 kütlesi sabit kalır, buna karşılık Karbon-14 miktarı dönüşümle azalır. Bu bilgi arkeolojide yaş belirlenmesinde kullanılır.

Yaşın belirlenmesi için şu yol izlenir:

- Başlangıç anındaki Karbon-14 miktarı Karbon-12'nin bugünkü miktarından bulunur.
- Sonra başlangıç anındaki Karbon-14'ün bugünkü düzeyine inmesi için kaç yarı ömür geçirdiği hesaplanır.
- Bulunan yarı ömür sayısı, Karbon-14'ün yarı ömrü olan 5730 ile çarpılarak incelenen nesnenin yaşı saptanır.

Bir fosildeki Karbon-12 miktarına göre, Karbon-14 miktarının başlangıçtakinin %6,25 i olduğu hesaplanmıştır. Buna göre fosilin yaşını bulalım.

Çözüm

Fosildeki Karbon-14 miktarının başlangıçtakinin %6,25 ine inmesi için kaç yarı ömür geçirdiğini bulalım.

$$\frac{6,25}{100} = \frac{625}{10\ 000} = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$$

Karbon-14 izotop atomu 4 yarı ömür geçirmiştir.

Yarı ömür sayısı ile Karbon-14 ün yarı ömür süresi olan 5730 u çarpalım.

$$4 \cdot 5730 = 22\ 920$$

O hâlde fosilin yaşı 22 920 dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Hidrojenin ^3_1H izotopu trityum olarak bilinir ve 12,33 yıllık bir yarı ömrü vardır. 100 yıl civarındaki yaş saptamasında kullanılır. Trityumla yaş saptaması yapabilmek için bir şişe sirke incelenmiş ve içindeki ^3_1H radyasyonunun yeni yapılmış sirkenin on altıda biri olduğu görülmüştür.

   Bu sirkenin yaklaşık kaç yıllık olduğunu bulunuz.

2. Bir bölgede 25 000 kurt olduğu bilinmektedir. Bu sayı doğumlarla artarken ölüm ve avlanma nedeniyle azalmaktadır.

   Dört yıllık gözlem sonunda kurt sayısı 640 a düşerse kurtlar nesli tükenecek hayvanlar listesine alınacaktır. O hâlde kurt nüfusunun yıllık azalış oranı yüzde kaç olursa bu durum gerçekleşir?



3. Bir doktor enfeksiyon geçiren bir hastasına 400 miligram ilaç verir. Her saat sonunda vücuttaki ilacın %15 i atılır, %85 i vücutta kalır.

   a. Bu ilacın vücutta kalan miktarını (miligram olarak) zamana göre (saat olarak) gösteren bir tablo yapınız (Yol gösterme: Aşağıdaki tablo ilacın zamana göre vücutta kalan miktarını oran olarak vermektedir.).

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
0,85	0,7225	0,6141	0,5220	0,4437	0,3771	0,3205	0,2724	0,2315	0,1968

   b. Bu ilacın zamana göre vücutta kalan miktarını veren bağıntıyı yazınız.

   c. 10 saat sonra vücutta bu ilaçtan ne kadar kalır? Yaklaşık olarak hesaplayınız.

   ç. Bu ilacın vücutta kalan miktarının yaklaşık 200 miligrama düşmesi için kaç saat geçmesi gerektiğini bulunuz.

   d. Etkisini göstermesi için ilacın vücutta 100 miligramın üstünde bulunması gerekiyorsa alındıktan kaç saat sonra etkisini kaybedeceğini bulunuz.

4. Tarihin en büyük nükleer kazalarından biri 1986 yılında Çernobil'de meydana geldi. Ukrayna'daki nükleer elektrik santralinde dördüncü reaktör patlayınca yüzlerce radyoaktif izotop çevreye ve atmosfere saçıldı. Bunların çoğu yarı ömürleri kısa izotoplardı ve etkileri uzun sürmedi. Ama kalıcı ve sağlığa çok zararlı üç izotop çevreyi kirletti. Bu kazada ortaya çıkan zararlı izotoplar iyot, Stronsiyum-90 ve Sezyum-137 izotoplarıdır ve sırasıyla 8 gün, 29 yıl ve 30 yıl yarı ömürleri vardır.



a. Çernobil'de ilk patlamada etrafa saçılan Stronsiyum-90 ve Sezyum-137 izotoplarının bugün ne kadarı hâlâ aktiftir? Bulunuz.

b. Çernobil'deki Sezyumun zamana göre miktarını veren bir bağıntı oluşturunuz.

5. Akdeniz fokunun 2017 yılında Türk sularında görülme sıklığı 2007 yılına göre üçte ikiye inmiştir.

Dünya Doğa ve Doğal Kaynakları Koruma Birliği bu fok türünü, nesli tükenen hayvanlar listesine almıştır.

Bu oranda azalma devam ederse 2037 yılında sularımızda maalesef 44 tane Akdeniz foku kalacaktır. Buna göre 2017 yılında sularımızda bulunan Akdeniz foku sayısını bulunuz.



6. Bir göldeki alabalık sayısı yılda %3 artmaktadır. Bu yıl gölde 5000 alabalık olduğu bilinmektedir.

a. Yıllara göre göldeki alabalık sayısını veren bir bağıntı yazınız.

b. 10 yıl sonra göldeki alabalık sayısını yaklaşık olarak hesaplayınız.



2. BÖLÜM: BİLİNÇLİ TÜKETİCİ ARİTMETİĞİ

Yüzde, Oran ve Orantı Kavramlarıyla İlgili Problemler

HATIRLAYALIM

Bir çoğunuz “yüzde” kelimesine yabancı değilsinizdir. 100 sorulu bir testin 80 sorusunu doğru olarak cevaplayan bir öğrenci “Testin yüzde seksenini doğru cevaplamış.” demektir.

Paydası 100 ile ifade edilen bir oran “yüzde” kelimesi ile ifade edilir.

$\frac{75}{100}$ kesrinin yüzde 75 olarak ifade edildiği gibi.

Yazım kolaylığı sağlaması bakımından yüzde kelimesi yerine genellikle “%” sembolü kullanılır. $\frac{3}{100}$ kesrinin %3 biçiminde yazılması gibi.

Oran, iki niceliğin bölme yolu ile karşılaştırılması olarak ifade edilebilir.

“Mehmet 60 kg, Nuray ise 40 kg’dır.” Bu durum “Nuray’ın kütlesinin, Mehmet’in kütlesine oranı $\frac{2}{3}$ tür.” biçiminde ifade edilir. $\frac{2}{3}$ ifadesi $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ eşitliğinden gelmektedir.

Orantı ise birden fazla oranın eşitliğidir.

$\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ eşitliği bir orantıyı ifade eder.

ÖRNEK

Bir memurun brüt maaşından %30 gelir vergisi, %3 emekli sandığı ve %0,4 tasarruf fonu kesintisi yapılmaktadır. Memurun eline geçen para (net maaşı) 2997 TL olduğuna göre memurun brüt maaşı kaç TL’dir? Bulalım.

Çözüm

Kesintiler toplamını bulalım.

Gelir vergisi,	%30
Emekli keseneği,	%3
Tasarruf fonu,	%0,4

olmak üzere %33,4 tür.

Memurun eline geçen para, brüt maaşının yüzde $(100-33,4=66,6)$ 66,6 sıdır. Bu durumda şu orantıyı kurabiliriz:

100 TL’den eline	66,6 TL geçiyorsa
x TL’den eline	2997 TL geçer.

Doğru orantı

$$x=\frac{100\cdot 2997}{66,6}=100\cdot 45$$
$$=4500$$

O hâlde memurun brüt maaşı 4500 TL’dir.

ÖRNEK

Bir elektrik faturasında aşağıdaki bilgiler yer almaktadır.

KDV MATRAHI	42,50 TL
KDV	7,65 TL
FATURA TUTARI	50,15 TL

Buna göre elektrik tüketiminde uygulanan KDV oranı yüzde kaçtır? Bulalım.

Çözüm

Katma değer vergisi (KDV), KDV matrahı üzerinden hesaplanır.

Bu durumda şu orantı kurulabilir:

42,50 TL'ye 7,65 TL KDV karşılık geliyorsa
100 TL'ye x TL KDV karşılık gelir.

Doğru orantı

$$x = \frac{100 \cdot 7,65}{42,50} = 18$$

O hâlde elektrik tüketiminde %18 KDV uygulanmaktadır.

Matrah, bir verginin miktarını belirtmek için temel alınan değer.

ÖRNEK

Bir malın etiket fiyatı maliyet fiyatı üzerinden %40 kârla hesaplanmıştır. Bu malın etiket fiyatı üzerinden %20 indirimli satışından 36 TL kâr edilmiştir. Buna göre malın maliyet fiyatı kaç TL'dir? Bulalım.

Çözüm

Malın maliyet fiyatının 100 TL olduğunu varsayalım.

Malın etiket fiyatını bulmak için 100 ile 40 ı toplayalım.

$$100 + 40 = 140 \text{ TL}$$

Malın etiket fiyatı üzerinden yapılan indirimi bulmak için 140 ın %20 sini hesaplayalım.

$$140 \cdot \frac{20}{100} = 28 \text{ TL}$$

Malın yapılan indirimden sonraki satış fiyatını bulmak için 140 tan 28 i çıkaralım.

$$140 - 28 = 112 \text{ TL}$$

Malın maliyet fiyatı varsayımımıza göre 100 TL olsaydı satış fiyatı 112 TL olacak ve 12 TL kâr edilecekti. Hâlbuki bu satıştan 36 TL kâr edilmiştir. Buna göre aşağıdaki orantıyı kurabiliriz:

100 TL'de 12 TL kâr ediliyorsa
x TL'de 36 TL kâr elde edilir.

Doğru orantı

$$x = \frac{100 \cdot 36}{12} = 300$$

O hâlde, malın maliyet fiyatı 300 TL'dir.

ÖRNEK



Bir mağazada satılan tişörtün etiket fiyatından %25 indirim yapıldığında günlük satılan tişört sayısı %40 artıyor. Buna göre tişört satışından bir günde elde edilen gelir indirimden öncekine göre nasıl değişir? Bulalım.

Çözüm

Tişörtün etiket fiyatının 100 TL olduğunu ve günde 100 tane tişört satıldığını varsayalım.

Tişörtün indirimli satış fiyatı $100 - 25 = 75$ TL'dir.

Tişörtün indirimden sonraki günlük satışı $100 + 40 = 140$ tanedir.

İndirimden sonra tişörtün satışından bir günde elde edilen gelir $75 \cdot 140 =$ 10 500 TL'dir.

İndirimden önce tişörtün satışından bir günde elde edilen gelir $100 \cdot 100 =$ 10 000 TL'dir.

İki durum için bir günde elde edilen gelirler arasındaki fark 10 500 − 10 000 = 500 TL'dir.

O hâlde 10 000 TL gelirde 500 TL artış olduğuna göre indirimden sonra bir günde elde edilen gelir indirimden öncekine göre %5 artar.

ÖRNEK

Bir ayakkabının A ve B mağazalarındaki etiket fiyatı eşittir. Bu mağazalar tüm satışlarında aşağıdaki indirimleri yapmaktadır:

- A mağazası etiket fiyatı üzerinden önce %20 indirim yapıyor. Sonra da indirimli fiyat üzerinden %10 luk bir indirim daha yapıyor.
- B mağazası ise etiket fiyatı üzerinden %29 indirim yapıyor.

Bu ayakkabıyı almak için hangi mağazayı tercih etmeliyiz? Ya da hangi mağazayı seçmemiz daha uygun olur? Belirleyelim.

Çözüm

Ayakkabının etiket fiyatının 100 TL olduğunu varsayalım.

A mağazası önce %20 indirim yapıyor. Ayakkabının fiyatı $100 - 20 = 80$ TL oluyor. 80 TL üzerinden %10 luk bir indirim daha yapıyor. Dolayısıyla A mağazasında ayakkabının satış fiyatı $80 - 8 = 72$ TL'dir.

B mağazası etiket fiyatı üzerinden %29 indirim uyguluyor. Öyleyse B mağazasında ayakkabının satış fiyatı $100 - 29 = 71$ TL'dir.

B mağazasında ayakkabının satış fiyatı A mağazasına göre 1 TL ucuz olduğundan B mağazasını tercih etmemiz daha uygundur.

ÖRNEK

Halil Bey, 12 ay vadeli 10 000 TL ihtiyaç kredisi almak istiyor. İki farklı bankanın kendisine sunduğu kredi koşulları şöyledir:

	Aylık Vade Farkı	Masraf + Komisyon
A Bankası	%1,1	200 TL
B Bankası	%0,95	400 TL

A Bankasının Ödeme Planı

Ay	Taksit	Ana Para	Vade Farkı	KKDF	BSMV	Bakiye
1. Ay	906,55	774,55	110,00	16,50	5,50	9225,45
2. Ay	906,55	784,77	101,48	15,22	5,07	8440,68
3. Ay	906,55	795,13	92,85	13,93	4,64	7645,54
4. Ay	906,55	805,63	84,10	12,62	4,20	6839,91
5. Ay	906,55	816,26	75,24	11,29	3,76	6023,65
6. Ay	906,55	827,04	66,26	9,94	3,31	5196,61
7. Ay	906,55	837,95	57,16	8,57	2,86	4358,66
8. Ay	906,55	849,02	47,95	7,19	2,40	3509,64
9. Ay	906,55	860,22	38,61	5,79	1,93	2649,42
10. Ay	906,55	871,58	29,14	4,37	1,46	1777,84
11. Ay	906,55	883,08	19,56	2,93	0,98	894,76
12. Ay	906,55	894,74	9,84	1,48	0,49	0,00

B Bankasının Ödeme Planı

Ay	Taksit	Ana Para	Vade Farkı	KKDF	BSMV	Bakiye
1. Ay	896,37	782,37	95,00	14,25	4,75	9217,63
2. Ay	896,37	791,29	87,57	13,14	4,38	8426,34
3. Ay	896,37	800,31	80,05	12,01	4,00	7626,03
4. Ay	896,37	809,43	72,45	10,87	3,62	6816,60
5. Ay	896,37	818,66	64,76	9,71	3,24	5997,94
6. Ay	896,37	827,99	56,98	8,55	2,85	5169,94
7. Ay	896,37	837,43	49,11	7,37	2,46	4332,51
8. Ay	896,37	846,98	41,16	6,17	2,06	3485,53
9. Ay	896,37	856,63	33,11	4,97	1,66	2628,90
10. Ay	896,37	866,40	24,97	3,75	1,25	1762,50
11. Ay	896,37	876,28	16,74	2,51	0,84	886,22
12. Ay	896,37	886,27	8,42	1,26	0,42	0,00

Halil Bey için hangi bankanın verdiği kredinin daha hesaplı olduğunu irdeleyelim.

Çözüm

Başlangıçta hiç hesap yapmadan aylık vade farkı daha düşük olan bankanın daha hesaplı kredi verdiği algısı oluşmaktadır. Ancak bankaların masraf ve komisyon adı altında aldıkları ücretler yanıltıcı olmaktadır. Bu algının yanlış olduğunu görelim.

Verilen ödeme planlarına göre Halil Bey, masraf ve komisyonlar hariç A bankasına aylık 906,55 TL, B bankasına ise aylık 896,37 TL ödeme yapmalıdır.

Halil Bey'in A ve B bankalarına ödemesi gereken taksitlerin toplamını bulalım.

A bankası: $12 \cdot 906,55 = 10\ 878,6$ TL

B bankası: $12 \cdot 896,37 = 10\ 756,44$ TL

Her iki bankanın da ödeme planında 1. ay ödemesine bakıldığında 10 000 TL üzerinden vade farkı işlettikleri görülmektedir. Aslında bankalar masraf ve komisyonu alınan krediden kesmektedir. Yani Halil Bey A bankasından 9800 TL, B bankasından ise 9600 TL net para alır.

Şimdi de taksitlerin toplamından alınacak net parayı çıkararak Halil Bey'in A ve B bankalarına fazladan ödeyeceği miktarları bulalım.

A bankası: $10\ 878,6 - 9800 = 1078,6$ TL

B bankası: $10\ 756,44 - 9600 = 1156,44$ TL

O hâlde, Halil Bey'in B bankasına fazladan ödemesi gereken miktar daha çok olduğu için A bankasının verdiği kredinin daha hesaplı olduğunu söyleyebiliriz. B bankasının uyguladığı aylık vade farkının daha düşük olduğuna dikkat ediniz.

ÖRNEK

Yanda görünen internet faturasında şu ifade vardır: "Faturanızın son ödeme tarihinden sonra ödenmesi hâlinde, son ödeme tarihinden itibaren aylık %1,4 oranında gecikme bedeli uygulanır. Gecikme bedeli günlük olarak hesaplanır."

ERİŞİM ŞEKLİ	: ADSL
ERİŞİM HIZI	: 8 Mbps'a Kadar

SON ÖDEME TARİHİ: 20/03/2018

ÖDENECEK TUTAR: 50 TL

Faturanızın son ödeme tarihinden sonra ödenmesi halinde, son ödeme tarihinden itibaren aylık %1,4 oranında gecikme bedeli uygulanır. Gecikme bedeli günlük olarak hesaplanır.

Ödenecek tutarı 50 TL olan bu faturanın son ödeme tarihinden 75 gün sonra ödenmesi hâlinde alınacak gecikme bedelini bulalım.

Çözüm

Aylık gecikme bedeli %1,4 olduğundan ve gecikme bedeli hesaplanırken 1 ay, 30 gün olarak alındığından 1 günlük gecikme bedeli yüzdesi $\frac{1,4}{30}$ dur.

Öyleyse 75 günlük gecikme bedeli yüzdesi $75 \cdot \frac{1,4}{30} = 3,5$ olur.

Yani, bir faturanın son ödeme tarihinden 75 gün sonra ödenmesi hâlinde ödenecek tutarın %3,5 i kadar gecikme bedeli alınır.

O hâlde, ödenecek tutarı 50 TL olan bu faturanın son ödeme tarihinden 75 gün sonra ödenmesi hâlinde $\frac{50 \cdot 3,5}{100} = 1,75$ TL gecikme bedeli alınır.

ÖRNEK

62 yaşındaki Mehmet Bey'in 8 yaşında Mustafa adında bir torunu vardır. Mehmet Bey'in emekli maaşı dışında yıllık 12 000 TL de kira geliri vardır. Bu kira geliri ile torunu Mustafa'nın eğitimi için 10 yıllık yatırım yapmayı amaçlamaktadır. Önünde üç seçenek vardır:



a. Yıllık getirisi %12 olan devlet tahvili satın almak (Devlet tahvili ile ilgili açıklama bir sonraki sayfadadır.)

b. Parayı 1 yıllık vadelerle ve her seferinde vadesini yenilemek üzere yıllık %10 getiriyle bankaya yatırmak

c. Bireysel emeklilik hesabı açtırıp yıllık %5 getiriyle parasını bu hesaba yatırmak (Bireysel emeklilik hesaplarında devlet, yatırılan paranın %25 i kadar katkı sağlamaktadır.)

Bu seçeneklerden en uygun olanını belirleyelim.

Çözüm

a. Mehmet Bey'in her yıl bir defada aldığı 12 000 TL kira gelirini yıllık getirisi %12 olan devlet tahviline yatırdığını varsayalım. 10 yıl sonunda eline geçecek parayı hesaplayalım.

	Bir Önceki Yıldan Devreden (TL)	Yatırılan (TL)	Ana Para + Devlet Tahvili Getirisi %12	Toplam (TL)
1. yıl sonunda	—	12 000	12 000 · 1,12 =	13 440
2. yıl sonunda	13 440	12 000	25 440 · 1,12 =	28 492
3. yıl sonunda	28 492	12 000	40 492 · 1,12 =	45 351
4. yıl sonunda	45 351	12 000	57 351 · 1,12 =	64 233
5. yıl sonunda	64 233	12 000	76 233 · 1,12 =	85 380
6. yıl sonunda	85 380	12 000	97 380 · 1,12 =	109 065
7. yıl sonunda	109 065	12 000	121 065 · 1,12 =	135 592
8. yıl sonunda	135 592	12 000	147 592 · 1,12 =	165 303
9. yıl sonunda	165 303	12 000	177 303 · 1,12 =	198 579
10. yıl sonunda	198 579	12 000	210 579 · 1,12 =	**235 848**

b. Mehmet Bey'in bir defada aldığı 12 000 TL kira gelirini yıllık %10 getiriyle bankaya yatırdığını varsayalım. 10 yıl sonunda eline geçecek para devlet tahviline göre daha az olacaktır. Çünkü devlet tahvilinin yıllık getirisi %12 idi.

c. Mehmet Bey'in kendi adına bireysel emeklilik hesabı açtırdığını ve her yıl 12 000 TL olan kira gelirini bu hesaba yatırdığını varsayalım. Devlet, bireysel emeklilik hesaplarına her yıl kişinin yatırdığı paranın %25 i kadar katkıda bulunuyor. Ayrıca bireysel emeklilik hesabına yatırılan para kişinin adına çeşitli fonlarda, vadeli yatırılarak, devlet tahvili alınarak, Borsa İstanbul'dan hisse senedi alınarak vb. biçimlerde değerlendiriliyor. Fon getirileri yıllık %9 olduğuna göre 10 yıl sonra Mehmet Bey'in eline geçecek parayı hesaplayalım.

	Bir Önceki Yıldan Devreden (TL)	Yatırılan (TL)	Devlet Katkısı (TL)	Ana Para + Fon Getirisi %9	Toplam (TL)
1. yıl	—	12 000	—	12 000 · 1,09 =	13 080
2. yıl	13 080	12 000	3000	28 080 · 1,09 =	30 607
3. yıl	30 607	12 000	3000	45 607 · 1,09 =	49 711
4. yıl	49 711	12 000	3000	64 711 · 1,09 =	70 534
5. yıl	70 534	12 000	3000	85 534 · 1,09 =	93 232
6. yıl	93 232	12 000	3000	108 232 · 1,09 =	117 972
7. yıl	117 972	12 000	3000	132 972 · 1,09 =	144 939
8. yıl	144 939	12 000	3000	159 939 · 1,09 =	174 333
9. yıl	174 333	12 000	3000	189 333 · 1,09 =	206 372
10. yıl	206 372	12 000	3000	221 372 · 1,09 =	241 295
			3000		**244 295**

O hâlde, Mehmet Bey için en uygun seçenek bireysel emeklilik hesabı açtırmaktır.

Devlet katkısı ilgili yılın sonunda verildiği için 1. yıl sonunda verilen 3000 TL'lik katkı payının getirisi ancak 2. yılda olmuştur. Bunun sonucu olarak da 10. yıl sonunda verilen katkı payının fon getirisi olmamıştır.

Hazine bonoları, T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığının çıkarmış olduğu bir yıldan kısa vadeli, devlet tahvilleri ise bir yıl ve daha uzun vadeli yabancı para ya da dövize endeksli devlet iç borçlanma senetleridir.

Her iki senedi de vade tarihine kadar elinizde tutarsanız ana paranın ve getirisinin size ödenmesi garantilidir.

ÖRNEK

Ahmet ve Belma ikişer silgi alacaktır. Kırtasiyede ikili paketler hâlinde satılan silgilerin fiyatı 4 lira, dörtlü paketlerin fiyatı ise 6 liradır. Ahmet, Belma'ya dörtlü paketlerden bir tane alıp silgileri ikişer paylaşmanın daha ekonomik olacağını söylemiştir. Ahmet haklı mıdır? Görelim.

Çözüm

Ahmet ve Belma'nın bir silgiyi kaç liraya alabileceklerini bulmak için ikili ve dörtlü paketlerin fiyatlarını silgi sayısına oranlamamız gerekir.

$$\frac{\text{1 paket için ödenen miktar}}{\text{Paketteki silgi sayısı}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{\text{1 paket için ödenen miktar}}{\text{Paketteki silgi sayısı}} = \frac{6}{4} = 1,5$$

İkili pakette alınan silgilerin birim fiyatı 2 lira, dörtlü pakette alınan silgilerin birim fiyatı 1,5 liradır. Öyleyse, Ahmet haklıdır.

ÖRNEK

Kış aylarında meydana gelen ısı kayıplarını ve yaz aylarında meydana gelen ısı kazançlarını azaltmak için yapılan, özel malzemelerle yüzeylerde aşırı ısı transferini azaltma işlemine mantolama denir.

Mantolama, duvarların dış yüzüne kaplanan ısı iletim katsayısı çok düşük malzemelerle yapılır. Duvardan geçen ısı miktarını Q, duvarın alanını A, ısı iletim katsayısını K, bina içi ile bina dışı arasındaki sıcaklık farkını T ile gösterirsek,

$$Q = K \cdot A \cdot T$$

dir. Bu bağıntıda verilen A ve T değerleri bir bina için sabit olduğundan Q yu azaltmak için K yi azaltmamız gerekir. Binanın mevcut ısı iletim katsayısı k_1 ve mantolama malzemesinin ısı iletim katsayısı k_2 ve mantolama yapıldıktan sonraki ısı iletim katsayısı da K olsun. Bu üç değer arasında aşağıdaki bağıntı geçerlidir.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Buna göre bir binanın ısı iletim katsayısı $k_1 = 2,1$ ve mantolama malzemesinin ısı iletim katsayısı $k_2 = 0,9$ olsun. Mantolama yapıldıktan sonra ısı iletim katsayısı (K) kaç olur? Bulalım.

Çözüm

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{2,1} + \frac{1}{0,9}$$

$$= \frac{0,9 + 2,1}{2,1 \cdot 0,9}$$

$$= \frac{3}{1,89}$$

$$\backsimeq 1,6 \text{ olur.}$$

Mantolama sayesinde binanın ısı iletim katsayısı 2,1 den 1,6 civarına düşürülmüştür.

ÖRNEK

Bir yemek kitabında 8 kişilik marmelatlı rulo yapımı için aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

Malzeme Listesi (8 kişilik)

- .... gram margarin
- .... adet yumurta
- 1 su bardağı toz şeker
- 2 paket kabartma tozu
- .... su bardağı un
- 1 su bardağı kayısı marmelatı
- 3 yemek kaşığı pudra şekeri



Filiz Hanım, bir gruba aynı tarifle marmelatlı rulo yapmak için kitaptaki bilgilere uygun oranlarla aşağıdaki miktarlarda malzeme kullanmıştır. Buna göre yukarıda ve aşağıda boş bırakılan yerleri uygun sayılarla dolduralım.

Filiz Hanım'ın Malzemeleri

- 540 gram margarin
- 9 adet yumurta
- 4,5 su bardağı toz şeker
- .... paket kabartma tozu
- 13,5 su bardağı un
- 4,5 su bardağı kayısı marmelatı
- .... yemek kaşığı pudra şekeri



Çözüm

Filiz Hanım, 8 kişilik malzeme listesindeki 1 su bardağı toz şekere karşılık 4,5 su bardağı toz şeker kullanmıştır. Buna göre gruptaki kişilerin sayısı,

$$8 \cdot 4{,}5 = 36 \text{ dır.}$$

O hâlde Filiz Hanım'ın kullandığı tüm malzemeler 8 kişi için belirtilen miktarların 4,5 katı olacaktır.

Buna göre 8 kişilik malzeme listesindeki boşluklara sırasıyla $\frac{540}{4{,}5} = 120$, $\frac{9}{4{,}5} = 2$ ve $\frac{13{,}5}{4{,}5} = 3$ sayıları, Filiz Hanım'ın malzeme listesindeki boşluklara sırasıyla $2 \cdot 4{,}5 = 9$ ve $3 \cdot 4{,}5 = 13{,}5$ sayıları gelmelidir.

ÖRNEK

Bekir Bey 35 litre benzinle 420 km, Ali Bey ise 25 litre benzinle 325 km yol almıştır. Buna göre kimin otomobilinin yakıt tüketiminin daha az olduğunu bulalım.

Çözüm

Bekir Bey'in 1 litre benzinle aldığı yolu, aldığı toplam yol ile harcadığı toplam benzini oranlayarak bulabiliriz.

$$\frac{\text{Aracın gittiği yol}}{\text{Aracın harcadığı benzin}} = \frac{420 \text{ km}}{35 \text{ L}} = 12 \text{ km/L}$$

Benzer biçimde Ali Bey'in 1 litre benzinle aldığı yolu bulalım.

$$\frac{\text{Aracın gittiği yol}}{\text{Aracın harcadığı benzin}} = \frac{325 \text{ km}}{25 \text{ L}} = 13 \text{ km/L}$$

1 litre benzinle Bekir Bey 12 km, Ali Bey ise 13 km yol almıştır. Dolayısıyla Ali Bey'in otomobilinin yakıt tüketiminin daha az olduğunu söyleyebiliriz.

SIRA SİZDE

Bir otomobil 40 litre benzinle 640 km, bir motosiklet ise 15 litre benzinle 420 km yol alabiliyor. Hangi aracın yakıt tüketiminin daha az olduğunu bulunuz.

ÖRNEK

Bir mobil iletişim şirketinin iki farklı konuşma tarifesi aşağıda verilmiştir.

A tarifesi: Aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakikalık konuşma 3 kuruş

B tarifesi: Aylık 14 TL sabit ücret ve her bir dakikalık konuşma 5 kuruş

Candan A tarifesini tercih ettiğine göre aylık en az kaç dakika konuşacağını varsaymaktadır? Bulalım.

Çözüm

Sabit ücretler farkını TL olarak ve 1 dakikalık konuşma ücretleri farkını kuruş olarak bulalım.

$20 - 14 = 6$ $\qquad$ $5 - 3 = 2$

1 dakikalık konuşmada	2 kuruş fark varsa
x dakikalık konuşmada	600 kuruş fark vardır.

Doğru orantı

$$x = \frac{600 \cdot 1}{2} = 300$$

Candan ayda en az 300 dakika konuşma yapacağını varsaymaktadır, çünkü aylık konuşma süresi 300 dakikanın üzerine çıktığında A tarifesi daha avantajlı olur.

ÖRNEK

2013 yılında yapılan bir araştırmaya göre ülkemizde bir günde israf edilen (250 gramlık) ekmek 4,9 milyon adettir. Bu konu ile ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.

1. İsraf edilen ekmek, üretilen ekmeğin %5,4 üdür.
2. İsraf edilen 4,9 milyon adet ekmeğin
   - 3 milyonu fırınlarda
   - 1,4 milyonu hanelerde
   - 0,5 milyonu personel ve öğrenci yemekhaneleriyle lokanta ve otellerde israf edilmektedir.

Buna göre

a. Ülkemizde bir günde kaç ekmek üretilmektedir?

b. Fırınlarda israf edilen ekmek, israf edilen ekmeğin yaklaşık % kaçıdır? Bulalım.

Çözüm

a. İsraf edilen 4,9 milyon adet ekmek, üretilen ekmeğin %5,4 ü olduğuna göre aşağıdaki orantıyı kurabilir, üretilen ekmek sayısını bulabiliriz.

100 ekmekten	5,4 ü israf ediliyorsa
x ekmekten	4 900 000 ekmek israf edilir.

Doğru orantı

$$x = \frac{4\ 900\ 000 \cdot 100}{5,4} \approx 90\ 740\ 740$$

Ülkemizde bir günde yaklaşık 90 740 740 ekmek üretilmektedir.

b.

4,9 milyon ekmeğin	3 milyonu fırınlarda israf ediliyorsa
100 ekmeğin	x israf edilir.

Doğru orantı

$$x = \frac{3\ 000\ 000 \cdot 100}{4\ 900\ 000} = \frac{3000}{49} \approx 61,22$$

İsraf edilen ekmeğin yaklaşık %61,22 si fırınlarda israf edilmektedir.

SIRA SİZDE

1. İsraf edilen ekmeğin % kaçı evlerde israf edilmektedir?
2. İsraf edilen ekmeğin % kaçı yemekhanelerde, lokanta ve otellerde israf edilmektedir?
3. Bu konuda okulunuzu baz alarak bir araştırma yapınız. Araştırmanızdan elde ettiğiniz verilere göre bir problem kurunuz. Kurduğunuz problemi arkadaşlarınıza yöneltiniz. Probleminizi çözünüz.

ÖRNEK

Aşağıdaki tablo 19 Ekim 2017 tarihli bir günlük gazeteden alınmıştır.

	▲ BIST	▲ ALTIN
Günlük değişim	107759	151,33
	%0,84	%0,05

Buna göre 18 Ekim 2017 tarihli gazetede yer alan tablodaki

a. Borsa İstanbul (BİST) endeksini,

b. Gram altın değerini bulalım.

Çözüm

a. Tabloya göre Borsa İstanbul endeksi 18 Ekim 2017 de gün içerisinde %0,84 artarak 107 759 a ulaşmış ve bu değer 19 Ekim 2017 gününün açılış endeksi oluşmuştur.

BİST'in 18 Ekim 2017 günündeki açılış değerini 1 kabul edersek 19 Ekim 2017 günündeki açılış değeri

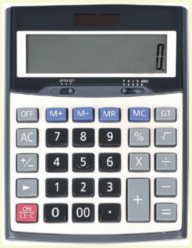
$$1+\frac{0,84}{100}=1+0,0084=1,0084$$

olur. BİST'in 18 Ekim 2017 günündeki açılış değerini bulmak için 19 Ekim 2017 günündeki açılış değerini 1,0084 sayısına bölmemiz gerekir.

$$\frac{107\ 759}{1,0084}\approx 106\ 861$$

18 Ekim 2017 tarihli gazetede yer alan tablodaki BİST endeks değeri 106 861 dir.

Hesap makinesi kullanabilirsiniz.



b. Aynı düşünceyle gram altının 18 Ekim 2017 tarihindeki değerini 1 kabul edersek 19 Ekim 2017 tarihindeki değeri

$$1+\frac{0,05}{100}=1+0,0005=1,0005$$

olur. Gram altının 18 Ekim 2017 tarihindeki TL karşılığını bulmak için 19 Ekim 2017 tarihindeki TL karşılığını 1,0005 sayısına bölmemiz gerekir.

$$\frac{151,33}{1,0005}\approx 151,25$$

O hâlde 18 Ekim 2017 tarihli gazetede yer alan tablodaki gram altın değeri 151,25 TL'dir.

ÖRNEK

Bolu ilinin sınırları içinde bulunan Abant Gölü'nde alabalığın bir türü yaşamaktadır. Göldeki alabalıkların sayısını yaklaşık olarak bulmak için bir yöntem önerelim. Bu yönteme göre problemi çözelim.



Çözüm

Gölün farklı yerlerinden alabalıklar yakalayalım. Bu balıkları işaretleyip yakaladığımız yerlerden canlı olarak göle bırakalım. Bu biçimde 1000 balığı işaretleyelim. Belli bir süre sonra örneğin 1 hafta sonra gölün farklı yerlerinden 1000 balık yakalayalım. Diyelim ki yakaladığımız 1000 balıktan 5 i işaretli olsun. Bu durumda şu orantıyı kurabiliriz:

1000 balıktan	5 tanesi işaretli ise
x balıktan	1000 tanesi işaretli olur.

Doğru orantı

$$x = \frac{1000 \cdot 1000}{5} = 200\ 000$$

Abant Gölü'ndeki alabalık sayısının yaklaşık olarak 200 000 olduğunu söyleyebiliriz.

"Salmo Trutta Abanticus" alabalık türü, dünyada yalnız Abant gölünde yaşamaktadır.



ÖRNEK

Aşağıda bir ilacın 36 kg ağırlığa kadar olan çocuklar için hazırlanmış prospektüs örneği görülmektedir.

Tabloda 1. sütunda hastanın vücut ağırlığı kg olarak, 2. sütunda vücut ağırlığı ile doğru orantılı bir biçimde artan süspansiyon hacmi mL (mililitre) olarak verilmiştir.

Vücut Ağırlığı (kg)	Süspansiyon Hacmi (mL)
8	Günde iki kez 3,0
12	Günde iki kez ....
16	Günde iki kez ....
20	Günde iki kez ....
24	Günde iki kez ....
28	Günde iki kez ....
32	Günde iki kez ....
36	Günde iki kez ....

Süspansiyon: Çözünemeyen madde parçacıklarının dibe çökmeden bir sıvı ortamda kalmış durumu.

Prospektüs: İlaç kutularının içinden çıkan, ilaç hakkında bizi bilgilendiren kâğıtlardır.

Süspansiyonun hazırlanması ile ilgili bilgiler aşağıdadır.

İçilecek olan süspansiyonu hazırlamak için;

- Tüm toz (ilaç) serbestçe akana kadar şişeye hafifçe vurunuz.
- Kullanıma hazırlanması için gerekli su miktarının yaklaşık 2/3 ünü ekleyiniz.
  (100 mL süspansiyon için 90 mL su ilave edilmelidir).
- Tozu süspansiyon hâline getirmek için iyice çalkalayınız.
- Gerekli su miktarının kalanını (1/3 ünü) ekleyerek süspansiyonu 100 mL'ye tamamlayınız.

a. Tablodaki boşlukları uygun sayılarla dolduralım.

b. Açıklamaya göre 100 mL süspansiyon hazırlamak için kaç mL toz (ilaç) kullanılmalıdır? Daha başka bir deyişle şişede kaç mL toz vardır? Hazırladığımız süspansiyonun % kaçı sudur? Bulalım.

Çözüm

a. Tabloda verilenlere göre çocuğun her 8 kg'lık ağırlığına karşılık günde 2 kez olmak üzere 3 mL süspansiyon verilmektedir. Buna göre aşağıdaki orantıyı kurabiliriz:

Vücut ağırlığı 8 kg iken verilmesi gereken süspansiyon hacmi 3 mL ise

Vücut ağırlığı 20 kg iken verilmesi gereken süspansiyon hacmi x mL olur.

Doğru orantı

$$x = \frac{20 \cdot 3}{8} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \text{ mL olur.}$$

Aynı düşünceyle aşağıdaki tabloyu elde edebiliriz.

Vücut Ağırlığı	8	12	16	20	24	28	32	36
Süspansiyon Hacmi	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5

Buna göre tablodaki boşluklara sırasıyla 4,5 - 6 - 7,5 - 9 - 10,5 - 12 - 13,5 sayıları gelmelidir.

b. Prospektüsteki "100 mL süspansiyon için 90 mL su ilave edilmelidir." ifadesine göre şişedeki toz miktarı 10 mL'dir. Yani elde edilecek 100 mL süspansiyonun 10 mL'si tozdur.

Aynı ifadeden 100 mL süspansiyonun 90 mL'si su olduğu bilgisi elde edildiğinden hazırladığımız süspansiyonun %90 ı sudur.

SIRA SİZDE

Prospektüs örneğine göre bir çocuğa günde iki kez olmak üzere 9,75 mL süspansiyon verilmelidir. Buna göre çocuğun ağırlığını bulunuz.

ÖRNEK



Kilogramı 3 TL'den alınan yaş üzümler kurutularak kilogramı 6 TL'ye satılıyor.

a. Bu satıştan kâr ve zarar edilmediğine göre 1 kilogram üzüm kuruyunca kaç gram olmuştur?

b. Bu satıştan %40 kâr edildiğine göre 1 kilogram yaş üzüm kuruyunca kaç gram olmuştur? Önce tahmin edelim. Sonra hesaplayalım.

Çözüm

a. Bu satıştan kâr ve zarar edilmediğine göre kilogramı 6 TL'ye satılan kuru üzümün toplam ağırlığı, kilogramı 3 TL'den alınan yaş üzümün toplam ağırlığının yarısı kadar olmalıdır. Başka bir deyişle 1 kilogram yaş üzüm kuruyunca 0,5 kilogram yani 500 gram olmuştur.

b. Bu satıştan kâr elde edildiğine göre 1 kilogram yaş üzümden 0,5 kilogramdan daha fazla kuru üzüm elde edilmiştir. Öyleyse 1 kilogram yaş üzümden; 0,5 kilogramdan fazla, 1 kilogramdan az kuru üzüm elde edilir. Yani sorunun cevabı (500, 1000) gram aralığında olmalıdır.

Şimdi problemi çözelim.

Yaş üzümün kilogramının 3 TL'den alındığı ve %40 kâr edildiği bilindiğine göre 1 kilogram yaş üzümden elde edilen kârı bulalım.

$$3 \cdot \frac{40}{100} = \frac{12}{10} = 1{,}2 \text{ TL}$$

Buna göre 1 kilogram yaş üzüme karşılık gelen kuru üzümünün satış fiyatını bulalım.

$$3 + 1{,}2 = 4{,}2 \text{ TL}$$

Bu durumda aşağıdaki orantıyı kuralım:

1 kilogram kuru üzüm	6 TL'ye satılıyorsa
x kilogram kuru üzüm	4,2 TL'ye satılır.

Doğru orantı

$$x = \frac{1 \cdot 4{,}2}{6} = 0{,}7$$

O hâlde 1 kilogram yaş üzüm kuruyunca 700 gram olmuştur.

SIRA SİZDE

Yukarıdaki örnekte, 1 kilogram yaş üzümden 700 gram kuru üzüm elde edildiğinde kâr oranı %40 tır. 1 kilogram yaş üzümden 750 gram kuru üzüm elde edilirse kâr oranı % kaç olur (Yaş üzümün alış fiyatı ve kuru üzümün satış fiyatı örnekte verilen değerlerdir.)?

PROJE

Tüketici fiyat endeksi, yatırım borsa endeksi ya da benzer terimleri haber bültenlerinde duymuşsunuzdur. Bu endeksler verilerin bir standarda göre karşılaştırılmasına yarar.

Bu projede siz böyle bir endeksi ekmek fiyatları için kuracaksınız. Aşağıdaki adımları izleyiniz.

Yıl	Gramaj	Fiyat
2000	200	10 Kuruş
2001	200	15 Kuruş
2002	200	25 Kuruş
2004	200	30 Kuruş
2006	200	35 Kuruş
2007	150	25 Kuruş
2010	200	40 Kuruş
2012	250	70 Kuruş
2013	250	100 Kuruş

Kaynak: *Türkiye Ziraatçiler Derneği Ekmek Raporu*

1. Yanda 2000 yılından bu yana bazı yıllara ait ekmek fiyatları verilmiştir.

   Bu fiyatları 2005 yılında yapılan TL'den sıfır atma işlemini de göz önünde bulundurarak inceleyiniz.

2. Tablodaki 2007 ve 2012 yılı ekmek fiyatlarını 200 gram ekmek için hesaplayınız.

3. Bulunduğunuz şehirdeki ekmek fiyatının güncel hâlini elde ediniz ve ilgili satırı tabloya ekleyiniz.

4. Sizin kuracağınız endeks, bir başlangıç tarihine göre ekmek fiyatlarındaki (yüzde olarak) fiyat değişimini gösterecektir. Bunun için ilk iş bir baz yılı seçilmesidir. Sizin örneğinizde baz yılı 2002 olsun. Endeksiniz ekmek fiyatlarını 2002 yılına göre yüzde olarak ifade edecektir.

5. Bir örnek yapalım. Bu örnek 2006 yılı endeks değeri olsun. Bunun için 2006 yılı fiyatını baz yılı fiyatına bölüp yüz ile çarpmak gerekir.

   $$(35/25) \cdot 100 = 140$$

   Benzer şekilde 2001 için endeks hesabı şöyle olacaktır:

   $$(15/25) \cdot 100 = 60$$

   Bu değerleri aşağıdaki tabloya girelim.

Yıl	Fiyat	Endeks Hesabı	Endeks Değeri
2000	10 Kuruş		
2001	15 Kuruş	(15 / 25) · 100 = 60	60
2002	25 Kuruş	xxx	100
2004	30 Kuruş		
2006	35 Kuruş	(35 / 25) · 100 = 140	140
2007			
2010	40 Kuruş		
2012			

6. Aşağıdakileri yapınız.

- Tablodaki eksikleri tamamlayınız.
- Seçeceğiniz yıllardan biri için endeks fiyatının ne anlattığını sözcüklerle yazınız.
- Bir yıla ait endeks değerini biliyor olsaydınız o yıldaki ekmek fiyatını nasıl bulursunuz? Açıklayınız.
- Ekmek fiyatlarının mutlak değeri ile endekslerin gösterdiği oransal değer arasında ne fark var? Düşününüz. Oransal değer (endeks) hangi durumda kullanılır? Bir örnekle açıklayınız.
- Tablodaki değerlere bakarak 2002 yılından 2006 yılına ekmek fiyatındaki artış yüzde kaç olmuştur? Hesaplayınız.
- 2000 yılı için endeks değerinin neyi gösterdiğini açıklayınız.
- Eğer gramaj düzeltmesi yapıp bütün yılları 200 grama göre düzenlemeseydik bunun endeks üzerindeki olumsuz etkisi ne olurdu? Tartışınız.
- Ekonomi ve finans alanında geçen üç endeks bulup bunların ne amaçla kullanıldığını araştırınız.
- Anahtar kelime kullanarak internetten enflasyon kelimesinin ne anlama geldiğini araştırınız.
- Projede geliştirdiğiniz endeks ile enflasyon arasında bir ilişki var mı? Açıklayınız.

TEKNOLOJİ

Finansal hesapların yapılmasında paranın zaman karşısındaki değeri önemli yer tutar. Paranın vade farkı eklenerek artmasıyla ilgili uygulamalar basit bir komutla yapılabilir.

a. Bunların çok işe yarayanlarından biri “Net Present Value” komutudur.

Şu anda 10 000 TL’niz var. Bu para, bir yatırım için kullanıldığında size ilk yıl 3000 TL, ikinci yıl 2000 TL ve üçüncü yıl 1000 TL getirecek. Eğer vade farkı %5 ise toplam getirinin (kazancın) bugünkü değeri nedir?

www.wolframalpha.com adresine giriniz. Komut çubuğuna “Net Present Value” yazıp veriyi giriniz. Cevabı, verinin altında bulacaksınız.

b. Şimdi de bugünkü değeri 15 540 TL olan paranın %5 vade farkıyla 15 yıl sonraki değerini bulalım.

Bunun için “Future Value” komutunu, komut çubuğuna giriniz ve verileri yazınız. Cevabı bulup ekranda görülen grafikleri inceleyiniz.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir yetişkinin günlük demir ihtiyacı 10 mg'dır. 100 g cevizin içinde bulunan demir miktarı 3,1 mg'dır. Bu miktar yetişkin bir kişinin günlük demir ihtiyacının yüzde kaçıdır?



2. Boyacı Metin Usta 5 L boyayı 60 TL'ye alıyor. 1 L boya ile 18 m^2 lik bir duvar boyanabilmektedir. Metin Usta 1 m^2 lik alanı boyamak için 8 TL işçilik ücreti almaktadır ve boya fiyatını da alış fiyatına %10 kâr ekleyerek talep etmektedir. Metin Usta, taban ayrıtlarının uzunlukları 5 m, 6 m ve yüksekliği 3 m olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir odayı (taban hariç) kaç TL'ye boyar?

3. Bir karıncanın kütlesinin, taşıyabileceği kütleye oranı $\frac{1}{7}$ dir. Bu oran insanlar için de geçerli olsaydı siz kaç kg yük taşıyabilirdiniz?



4. 19 L'lik bir damacana suyun fiyatı 8,55 TL, 5 L'lik bir bidon suyun fiyatı 3,25 TL ve 1,5 L'lik bir şişe suyun fiyatı 1,95 TL'dir. Aile bütçesi için hangi suyu almanın daha uygun olduğunu bulunuz.



5. Bir satıcı maliyeti a TL olan bir malı b TL'ye satıyor. a ile b arasında 5a = 2b + 1620 bağıntısı bulunduğuna göre satıcının zarar etmemesi için malın satış fiyatı en az kaç TL olmalıdır?

6. %36 sı su olan 46 kg yaş üzüm bir süre bekletildikten sonra su oranının düştüğü ve bu durumda %8 inin su olduğu tespit ediliyor. Buna göre son durumdaki üzüm kaç kg'dır?

7. Bir elektrik faturasında aşağıdaki bilgiler yer almaktadır.

Tüketim	135 Birim
Birim Fiyat	0,24 TL
Tüketim Tutarı	32,40 TL
Enerji Fonu	0,32 TL
TRT Payı	0,64 TL
Elektrik Tüketim Vergisi	1,62 TL
Diğer Ücretler	.... TL
KDV Matrahı	40,00 TL
KDV %18	.... TL
Fatura Tutarı	.... TL

Diğer Ücretler: Dağıtım bedeli, perakende satış hizmetleri bedeli, PSH sayaç okuma bedeli ve iletişim sistemleri kullanma bedelidir.

Buna göre,

a. Diğer ücretlerle belirtilen tutar kaç TL'dir?

b. KDV tutarı kaç TL'dir?

c. Fatura tutarı kaç TL'dir?

8. Aşağıdaki tabloda 6 kişilik menemen yemeği için gerekli malzeme listesi verilmiştir. Tablodaki boş yerleri uygun sayılarla doldurunuz.

Malzemeler	Kişi Sayısı			
	6 kişilik	12 kişilik	18 kişilik	24 kişilik
Domates (tane)	....	....	....	40
Soğan (tane)	2	....	....	....
Biber (tane)	2	....	....	....
Yumurta (tane)	....	6	....	....
Sıvı yağ (kaşık)	....	....	6	....
Tuz (kaşık)	1	....	....	....
Karabiber (küçük kaşık)	1	....	....	....

9. İki hatalı uzunluk ölçü aracından birincisi bir uzunluğu gerçeğinden %4 fazla, ikincisi aynı uzunluğu gerçeğinden %6 eksik olarak ölçüyor. Hatasız bir ölçü aracı ile ölçülmüş 1200 birim uzunluğundaki bir tel iki parçaya ayrıldıktan sonra, uzun parça birinci ölçü aracı ile kısa parça ise ikinci ölçü aracı ile ölçüldüğünde uzunluklar toplamı 1200 birim olduğuna göre kısa parça kaç birimdir?

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. $(-a)^{-5} \cdot (-a)^{3} \cdot a^{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-a^{-1}$ B) $-a$ C) 1 D) a E) a^2

2. $(-4)^{3} \cdot 8^{-3} \cdot 2^{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2^{-2} B) -2^{-1} C) -2 D) 2^{-1} E) 2^{2}

3. $\left(\frac{4}{9}\right)^{a} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2-2a}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) 1 D) $\left(\frac{2}{3}\right)^{a}$ E) $\left(\frac{3}{2}\right)^{a}$

4. $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} \cdot \left(\frac{c}{b}\right)^{1-n} \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{-n+1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{a}{c}$ B) $\frac{b}{c}$ C) $\frac{a}{b}$ D) $\frac{a^2}{c}$ E) $\frac{c}{b^2}$

5. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 B) 12 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{8}$

6. $(2x-1)^4=(x+3)^4$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

7. $5^{x+2}-6\cdot5^{x+1}+9\cdot5^{x}=500$ denklemini sağlayan x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $2^{a-2}=3$ olduğuna göre 8^{a-1} ifadesinin değeri kaçtır?

A) 108 B) 144 C) 180 D) 216 E) 288

9. $\sqrt{8,1}-\sqrt{1,6}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{10}}$

10. $\sqrt{12}\cdot\sqrt{24}-\sqrt{6}\cdot\sqrt{12}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $3\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$

11. $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[6]{96}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $2\sqrt[3]{3}$ E) $3\sqrt[3]{2}$

12. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}} + \dfrac{3}{\sqrt{6x}} = \sqrt{2}$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

13. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{x + y - 1}$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{2}{3}$ C) $\dfrac{1}{4}$ D) $\dfrac{3}{4}$ E) $\dfrac{1}{8}$

14. $\sqrt{\dfrac{7}{3^{x-1}} + 2 \cdot 3^{1-x}} = 9$ olduğuna göre x kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{128} = 2^k$ olduğuna göre k kaçtır?

A) $\dfrac{9}{2}$ B) $\dfrac{13}{3}$ C) $\dfrac{17}{4}$ D) 4 E) 5

16. $\dfrac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a}-1} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-1}} = 2$ olduğuna göre a kaçtır?

A) $\dfrac{3}{2}$ B) $\dfrac{5}{4}$ C) $\dfrac{10}{9}$ D) 3 E) 9

17. Bir turnuvaya 64 takım katılıyor. Takımlar birinci turda eşleşerek 32 maç yapıyor. Yenilen 32 takım turnuvadan eleniyor. Geriye kalan takımlar tekrar ikişer eşleşerek maçlar yapıyor. Maçlar bu şekilde düzenlenerek turnuva devam ediyor. Buna göre dördüncü tur sonunda turnuvadan toplam kaç takım elenmiştir?

A) 48 B) 52 C) 56 D) 60 E) 62

18. Bir şehrin bugünkü nüfusu 200 000 dir. Bu şehirde yıllık nüfus artışı %1,1 olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi bu şehrin 20 yıl sonraki nüfusuna eşittir?

A) $200\ 000 \cdot (1+0,011)^{20}$

B) $200\ 000 \cdot (1+0,1)^{20}$

C) $200\ 000 \cdot (1+1)^{20}$

D) $200\ 000 \cdot (1-0,1)^{20}$

E) $200\ 000 \cdot (1-0,11)^{20}$

19. 80 000 TL'ye alınan bir iş makinesi yılda %10 değer kaybına uğramaktadır. Bu iş makinesinin değeri alındıktan kaç yıl sonra 52 488 TL olur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. Trityum izotopu ile yaş saptaması yapmak için bir şişe sirke incelendiğinde içindeki trityum izotopunun yeni yapılmış sirkenin yirmide biri olduğu saptanmıştır. Trityum izotopunun yarı ömrü yaklaşık 12 yıldır.

Aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözümü, bu sirkenin kaç yıllık olduğunu verir?

A) $20=(1-0,5)^{\frac{t}{12}}$

B) $20=(1+0,5)^{12t}$

C) $\frac{1}{20}=(1-0,5)^{\frac{t}{12}}$

D) $\frac{1}{20}=(1+0,5)^{\frac{t}{12}}$

E) $\frac{1}{20}=(1-0,05)^{\frac{t}{12}}$

21 ve 22. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

Bir sıvıda radyoaktif P ve Q maddeleri eşit miktarda bulunmaktadır. P maddesinin yarı ömrü 1 hafta, Q'nun yarı ömrü 2 haftadır.

21. İki hafta sonra, sıvıdaki P maddesinin Q maddesine miktarca oranı kaç olur?

A) 1 B) 2 C) 4 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

22. Başlangıçtan dört hafta sonra yapılan ölçüme göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Sıvıdaki P maddesi miktarı daha çoktur.

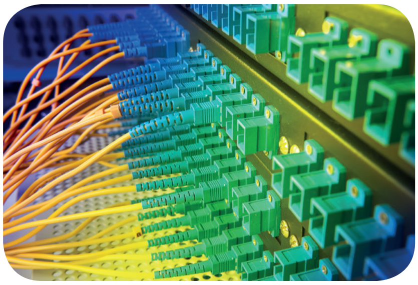
B) Sıvıda sadece P maddesi bulunur.

C) Sıvıda sadece Q maddesi bulunur.

D) Sıvıda eşit miktarda P ve Q maddeleri bulunur.

E) Sıvıdaki Q maddesi miktarı P'nin dört katıdır.

23. Butter (Batır) Yasası, fiber optiklere dayanan dijital iletişim ağlarında kapasitenin her 9 ayda ikiye katlanacağını söyler. Buna göre dijital iletişim ağlarının günümüzdeki kapasitesi 64 katına kaç yıl sonra çıkar?



A) 2,5 B) 3 C) 4,5 D) 6 E) 6,5

24. Bir tatil köyünde 18 yaş ve üstü kişiler için günlük 120 TL konaklama ücreti alınmaktadır. Ayrıca bu tatil köyünde 18 yaşından küçükler için aşağıdaki indirimler uygulanmaktadır:

- 0 – 6 yaşta olanlar ücretsiz
- 7 – 10 yaşta olanlar %75 indirimli
- 11 – 17 yaşta olanlar %50 indirimli

4, 8 ve 12 yaşlarındaki çocuklarıyla beraber tatil köyüne gelen bir anne ve baba bir günlük konaklama için kaç TL öder?

A) 300 B) 320 C) 330 D) 350 E) 360

25. Birbirini çeviren iki dişli çarktan birisi 9 kez döndüğünde diğeri 12 kez dönmektedir. Bu iki çarkın diş sayıları toplamı 56 olduğuna göre, farkı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

26. Uzunluğu 12 cm olan silindir biçimindeki bir mum 42 dakikada tamamen yanmaktadır. Bu mum 28 dakika yandıktan sonra sönüyor. Buna göre mumun kalan kısmının uzunluğu kaç cm'dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

27. Bir kitaplığın rafına kalınlıkları aynı olan 20 tane ansiklopedi ile yine kalınlıkları aynı olan 16 tane ders kitabı ya da 12 tane ansiklopedi ile 32 tane ders kitabı yerleştirilebilmektedir. Bu rafa en çok kaç tane ders kitabı yerleştirilebilir?

A) 56 B) 57 C) 60 D) 63 E) 65

28. Yaş üzümden kütlesinin %40 ı kadar kuru üzüm elde edilmektedir. Buna göre 156 kg kuru üzüm kaç kg yaş üzümden elde edilir?

A) 320 B) 350 C) 360 D) 390 E) 400

29. Yağ, kakao ve süt ağırlıkça sırasıyla 1, 3 ve 4 sayılarıyla orantılı olacak biçimde karıştırılarak 400 gramlık bir karışım elde ediliyor. Daha sonra bu karışıma 200 gram un ekleniyor. Buna göre son durumda karışımın yüzde kaçı kakaodur?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

30. Bir manav 40 kg domatesi %25 kârla, 20 kg biberi ise %30 kârla satmış ve bu iki satıştan eşit miktarda kâr elde etmiştir. Buna göre domatesin alış fiyatının biberin alış fiyatına oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

31. Bir fabrikanın üretim maliyetleri içerisinde enerji giderlerinin payı %40 tır. Enerjinin birim fiyatına %50 zam yapılırsa üretim maliyetleri içerisinde enerji giderlerinin payı yüzde kaç olur?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

2. ÜNİTE

VERİ



VERİ ANALİZİ

HAZIR MIYIZ?

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi sürekli veriyi, hangisi kesikli veriyi tanımlamaktadır?

- Belirli bir aralıktaki her değeri alabilir. Bir bebeğin ağırlığı, bir ilin bir günlük sıcaklık değerleri vb.
- Belirli bir aralıktaki her değeri alamaz. Bir çokgenin kenar sayısı, ülkemizin yıllara göre fındık ihracatı vb.

2. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına "D", yanlış olanların başına "Y" yazınız. "Y" ile değerlendirdiğiniz ifadelerin neden yanlış olduğunu açıklayınız.

(...) **a.** Araştırmalarda bir amaca yönelik toplanan bilgiye veri denir.

(...) **b.** Veri elde etmek için hazırladığımız sorulara araştırma soruları denir.

(...) **c.** Sütun grafiği genellikle sürekli verileri görselleştirmek için kullanılır.

(...) **ç.** Çizgi grafiği kesikli verileri görselleştirmek için en uygun grafik türüdür.

(...) **d.** Daire grafiği sürekli verileri görselleştirmek için en uygun grafik türüdür.

3. Aşağıdakilerden hangileri bir araştırma sorusudur, hangileri değildir? Açıklayınız.

a. Sınıfınızdaki öğrencilerin en çok sevdiği renkler hangileridir?

b. Matematik öğretmeninizin adı ve soyadı nedir?

c. Ayşe nerelidir?

ç. Okulunuzdaki öğrencilerin bir yıl içinde okudukları kitap sayıları kaçtır?

4. Üç farklı konuda toplanan veriler aşağıda tablo şeklinde verilmiştir.

(i) Berk'in bir gününü nasıl değerlendirdiğine yönelik verdiği cevaplar tabloda verilmiştir.

Aktivite	Süre (saat)
Okul	5
Ders çalışma	4
Yemek	1
Yolculuk	1
Uyku	8
Diğer	5

(ii) Bir sınıftaki öğrencilerin tercih etmek istedikleri meslekler konusunda yapılan araştırmada elde edilen sonuçlar tabloda verilmiştir.

Meslek	Kişi Sayısı
Doktor	6
Avukat	3
Öğretmen	12
Mühendis	4
Diğer	10

(iii) Ankara'ya ait 5 günlük hava sıcaklık tahminleri tabloda verilmiştir.

Gün	Sıcaklık (°C)
Pazartesi	14
Salı	13
Çarşamba	11
Perşembe	12
Cuma	10

Bu üç veri grubunun biri sütun grafiği, biri daire grafiği ve biri de çizgi grafiği ile gösterilecektir. Siz hangi veri grubunu, hangi grafikle gösterirdiniz? Nedenleriyle açıklayınız.

VERİ ANALİZİ

Gerçek Hayat Durumlarıyla İlgili İstatistik Problemleri

Tablo ve grafikler bize analiz sürecinde yararlı olur. Analiz yaparak yorumlama üç aşamada gerçekleştirilir:

1. Veri toplama
2. Temsil etme
3. Analiz ve yorumlama

Şimdi bu aşamaları, geçmişte yaşanmış bir olayla bağlantılı olarak tek tek inceleyelim.

Londra'da 1854 yılında çok şiddetli bir kolera salgını başladı. O günlerde mikrobiyoloji ve mikrop kavramları bilinmediğinden, onların yerine Miasma Teorisi denen bir teoriye inanılıyordu. Miasma'ya göre veba ve kolera gibi hastalıklar "kötü hava" denen hayali bir etkenden ortaya çıkıyordu. O yıl kolera Londra'yı kırıp geçirirken bütün doktorlar ve sağlık uzmanları çaresizce bunu Miasma'ya bağlıyor ve salgının mikroplar yüzünden ortaya çıktığını bilmiyorlardı. Mikrop kavramı, Louis Pasteur (Lui Pastör) tarafından 1861 yılında ortaya atıldı. Doğal olarak mikropların yayılma mekanizması ve sağlık üzerindeki etkileri de 1854 salgınından çok sonra dikkate alınır oldu.

Bilinmeyen karşısında "Neden?", "Niçin?" soruları tarihte her zaman yeni buluşların başlangıç noktası olmuştur. Her buluş daima yetkin bir insanın doğru soruyu sormasıyla başlamıştır. Londra salgınında da John Snow (Can Snov) adlı bir doktor doğru soruyu sormuş ve ön yargılardan sıyrılarak çalışmaya başlamıştır.

1. Veri toplama: Londra'daki salgın çok şiddetliydi ve hızla yayılıyordu. John Snow üç günde 127 kişinin öldüğünü gördü. Birkaç hafta içinde ölü sayısı 500 e çıkınca Snow, salgını incelemek için işe, Londra'nın ayrıntılı bir sokak haritası ile başladı. Salgın nerede başlamıştı, nerelere doğru yayılıyordu?

2. Temsil etme: Dr. Snow ilk iş olarak ölenlerin tek tek adreslerini buldu. Kolera salgınında kaybı olan evleri bir harita üzerinde ölüm sayılarını ve günlerini yazarak tek tek işaretledi. Bu haritanın sadece evlerin yerlerini gösteren kopyası aşağıda görülmektedir.



3. Analiz ve yorumlama: Snow verilerin tamamını görselleştirdiğinde belirgin bir ilişkinin ortaya çıkmaya başladığını gördü. Bütün ölümler Broad Street (Brood Strit) çevresinde başlamıştı ve oradan çevre sokaklara yayılmıştı. O devirde şehirlerde kanalizasyon, evlerde su yoktu. Aileler su ihtiyaçlarını kuyulardan tulumba yardımıyla sağlamak zorundaydılar. Broad Street'te de böyle bir su tulumbası vardı. Dr. Snow herkesin kötü havaya bağladığı salgının hava ile ilgisi olmadığına, bu pompadan kaynaklandığına karar verdi.

Snow, şehir belediyesine bulgularını rapor edip Broad Street'teki su tulumbasının kapatılmasını istedi ama ona inanmadılar. Zira bütün uzmanlar durumu hâlâ Miasma Teorisi ile izah ediyor ve hiçbiri Snow'un düşüncesine katılmıyordu. Özellikle belediyede çok nüfuzu olan bir grup doktor, Snow'un çalışmasını küçümsüyordu. Ama ölü sayısının 500 kişiye çıkması durumu değiştirdi. Broad Street'teki su tulumbası kapatıldı. Tahmin ettiğiniz gibi salgın bıçakla kesilmiş gibi sona erdi.



Bu olay, bugün epidemiyoloji denen mikrop biliminin başlangıcı olarak tarihe geçti. Kanalizasyon olmaması nedeniyle Broad Street'teki kuyu suyunda mikrop üremiş ve salgına yol açmıştı. Bugün Londra'da, yanda resmi görülen o su tulumbası Snow'un büyük başarısının bir anıtı olarak hâlâ Broad Street'in köşesinde durur.

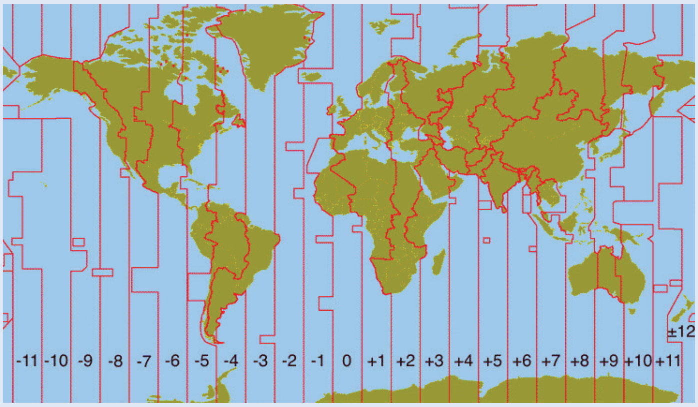
SIRA SİZDE

1. Snow'un buluşunda haritanın görsel bir araç olarak kullanılmasının yararını tartışınız.
2. Eğer Snow olaya diğer doktorlar gibi baksaydı kolera salgınını kuyudan su çekmekte kullanılan bir su tulumbasına bağlayabilir miydi?
3. Bir problemle yüz yüze geldiğinizde işe doğru soru ile başlamanın ve doğru araçları kullanmanın önemini tartışınız.
4. "Doğru söyleyeni dokuz köyden kovarlar." derler. O dönemde Snow'un işi zordu. Siz Snow'un yerinde olsaydınız ne yapardınız?
5. Snow'un yardımcısı olsaydınız o salgında değişik bir şey yapar mıydınız? Bu salgının çıkışını ve yayılışını incelemenin başka hangi yolları olabilir?

PROJE



Dünyanın en çok izlenen spor olayı olan FIFA Dünya Kupası, dört yılda bir düzenlenen futbol organizasyonudur. Almanya'da düzenlenen 2006 FIFA Dünya Kupası'nın final maçını Berlin Olimpiyat Stadı'nda, kurulan dev ekranlarda ve televizyon başında yaklaşık olarak 715 100 000 kişi izlemiştir.



2014 yılında Brezilya'da düzenlenen turnuvanın final maçı Almanya ile Arjantin arasında yapılmıştır. Bu maç Brezilya saatiyle saat 14.00'te, Türkiye saatiyle saat 22.00'de başlamıştır.

Bu projenin amacı, turnuvanın Türkiye'de yapılacağını düşünüp final maçı için dünyada en fazla sayıda insanın izleyebileceği bir saat belirlemektir. Bu saati belirlerken ülkeler arasındaki saat farklarını göz önüne almanız gerekmektedir. Projede sizden beklenen; her saat için yaklaşık seyirci sayısını belirten grafikler kullanmanız, bu grafikler yardımıyla çözümünüzü desteklemenizdir.

Projenizi aşağıdaki aşamaları izleyerek yapabilirsiniz.

- Planlama aşamasında, konu başlıklarını belirleyip içeriğinizi oluşturun. Önceki turnuvalarda final maçlarının saat kaçta başladığı, maçı kaç kişinin izlediği gibi. Ev sahibi ülkeler için de maçın başlama saati önemlidir. Hangi saatler kabul edilebilirdir?
- Bilgiyi toplama aşamasında, internetten veya konu ile ilgili kişilerden yararlanarak araştırmanızı yapınız. Konularınızı destekleyecek materyaller toplayınız.
- Bilgiyi organize etme aşamasında, topladığınız bilgileri sunum ve rapor için hazırlayıp materyallerle destekleyiniz.
- Çalışma takvimini oluşturma aşamasında, çalışmaya ne zaman başlayıp çalışmayı ne zaman bitireceğinizi, sunum tarihinizi belirleyiniz.
- Yazılı rapor ve sunum aşamasında, en uygun grafik çeşidini kullanarak bir sunum hazırlayınız. Yaptıklarınızı bir rapor hâlinde düzenleyiniz.
- Ürün ortaya çıkarma aşamasında, final maçı için en uygun saat ile diğer saatleri karşılaştırarak çözümünüzü grafiklerinizle destekleyiniz.
- Değerlendirme çalışmaları aşamasında, kendinizi ve grup arkadaşlarınızı değerlendiriniz.

HATIRLAYALIM

Araştırmalarda bir amaca yönelik toplanan bilgiye veri denir. Günlük hayatta birçok sorunun cevabını merak ederiz. Bu soruların bazıları tek bir veriyle cevaplanabilirken bazıları veri toplamayı gerektirir. Bu tip sorulara araştırma soruları denir. Araştırma sorumuzu oluştururken veri toplanacak gruba ait bilgileri açıkça ortaya koymamız gerekir. Örneğin "Hangi tür fimler daha çok sevilmektedir?" yerine "Okulumuzdaki öğrenciler en çok hangi tür filmleri sevmektedir?" sorusu daha anlamlıdır.

Bir araştırma sorusuna cevap bulabilmek için veri toplarız veya daha önceden toplanmış verilerden yararlanırız. Bazen verileri bizim toplamamız çok zor, hatta imkânsız olabilir. Bu durumda daha önceden toplanmış kayıtlı verileri kullanmak uygun olur.

Veri Toplama Yöntemleri

- Anket yapma: Çalışma yapılmak istenilen bir konu hakkında sorular hazırlanıp bu konuyla ilgili bir gruba bu soruların sorulması işlemine anket yapma denir.
- Rastgele seçme: Bir TV programının Türkiye genelinde izlenme oranı merak edilmektedir. Bunun için tüm izleyicilere ulaşılması mümkün değildir. Bu yüzden rastgele seçilen insanlara sorular sorulur. Bu bilgi toplama yöntemine rastgele seçme denir.
- Örnekleme araştırma: Her zaman kitlenin tamamı ile araştırma yapmak mümkün olmayabilir. Bu durumda kitleyi en iyi şekilde temsil eden örnekler seçilerek, araştırma bu örnek üzerinden yapılır. Bir ülkedeki bütün öğrencilerin matematiğe olan ilgisi merak ediliyorsa bunu herkese sormak yerine her şehirden belirli sayıda kız ve erkek öğrenci seçilebilir.
- Daha önceden toplanmış kayıtlı verilerden faydalanma: Çoğu ülkede, düzenli şekilde veri toplayan ve bunları araştırmacıların kullanımına sunan kurumlar bulunmaktadır. Ülkemizde bu işi Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) yapmaktadır.

ÖRNEK

İstanbul Üniversitesi öğrencilerinin çevresel riskler konusundaki duyarlılıklarını saptamak amacıyla bir araştırma yapılmıştır. Uygulanan anketten toplanan veriler aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir. Tablo 1 de araştırmaya katılan 301 öğrencinin özellikleri, Tablo 2 de ise öğrencilerin çevre konusundaki bilgi kaynakları ve tutumları yer almaktadır. İnceleyelim.

Tablo 1. Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Özellikleri

Bazı özellikler		N	%
Cinsiyet	Erkek	110	36,5
	Kız	191	63,5
Medeni durumu	Bekâr	288	95,7
	Sözlü	6	2,0
	Nişanlı	2	0,7
	Evli	5	1,6
Sınıf	Dönem II	185	61,5
	Dönem IV	116	38,5
Gelir durumu	İyi	37	12,3
	Orta	234	77,7
	Kötü	30	10,0
Kardeş sayısı	Tek	55	18,3
	İki	105	34,9
	Üç ve üzeri	141	46,8
Anne eğitimi	Ortaokul ve altı	196	65,1
	Lise	83	27,6
	Üniversite ve üstü	22	7,3
Baba eğitim	Ortaokul ve altı	138	45,8
	Lise	85	28,3
	Üniversite ve üstü	78	25,9

Tablo 2. Öğrencilerin Çevre Konusundaki Bilgi Kaynakları ve Tutumları

		N	%
Daha önce çevre dersi alma durumu	Evet	169	56,1
	Hayır	132	43,9
Ailede çevre konularının konuşulması durumu	Evet	89	29,6
	Hayır	55	18,3
	Konuya göre değişiyor.	157	52,1
Çevre konusunda dersler zorunlu olsun	Evet	216	71,8
	Hayır	85	28,2
Çevre derneğine üyelik	Evet	11	3,7
	Hayır	290	96,3
Çevre konusunun ilgi çekme durumu	Evet	128	42,5
	Hayır	23	7,6
	Konuya göre değişiyor.	150	49,9
Çevre ile ilgili toplantı, kongre vb. katılma durumu	Evet	52	17,3
	Hayır	249	82,7
Çevresel aktiviteye katılma durumu	Evet	51	17
	Hayır	250	83
Eğer çevre dersi alındıysa hangi okulda alındığı	İlköğretim	102	60,4
	Lise	60	35,5
	Üniversite	7	4,1
Öğrencilerin çevresel duyarlılık yönünden kendilerine bakışı	Yapılması gerekenleri biliyor ve dikkat ediyorum.	233	77,4
	Yapılması gerekenleri biliyor ve dikkat etmiyorum.	49	16,3
	Bu konuyu bilmiyor ve dikkat etmiyorum.	19	6,3

http://tip.fusabil.org/text.php3?id=763

ÖRNEK

Hatay ili doğal minarelli su ve doğal kaynak sularından alınan numune sonuçları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

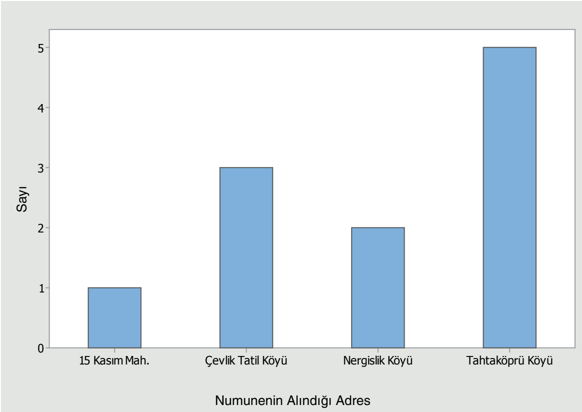
Bölge	Adres	Analiz Sonucu
İskenderun	Nergislik Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Antakya	Tahtaköprü Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Samandağ	Çevlik Tatil Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Antakya	Tahtaköprü Köyü	Doğal Mineralli Sular Yönetmeliğine Uygun
Antakya	Tahtaköprü Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Samandağ	Çevlik Tatil Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Samandağ	Çevlik Tatil Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun Değil
Antakya	Tahtaköprü Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Hassa	15 Kasım Mah.	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun
Arsuz	Nergislik Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun Değil
Antakya	Tahtaköprü Köyü	İnsani Tüketim Amaçlı Sular Yönetmeliğine Uygun

http://hatay.ism.saglik.gov.tr

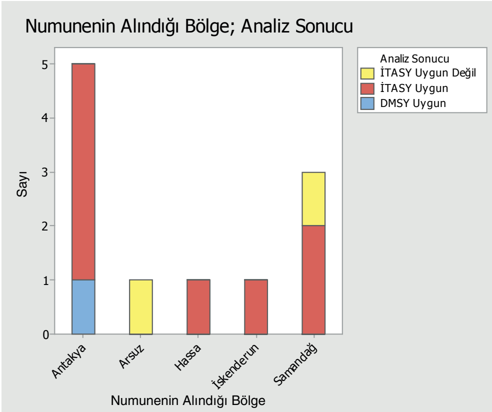
Bu verileri istatistik programları yardımıyla iki farklı sütun grafiğinde gösterelim.

Çözüm

Aşağıdaki 1. grafikte numunelerin alındıkları adreslere göre sayıca dağılımı, 2. grafikte ise numunelerin alındıkları bölgelere göre analiz sonuçları gösterilmiştir.



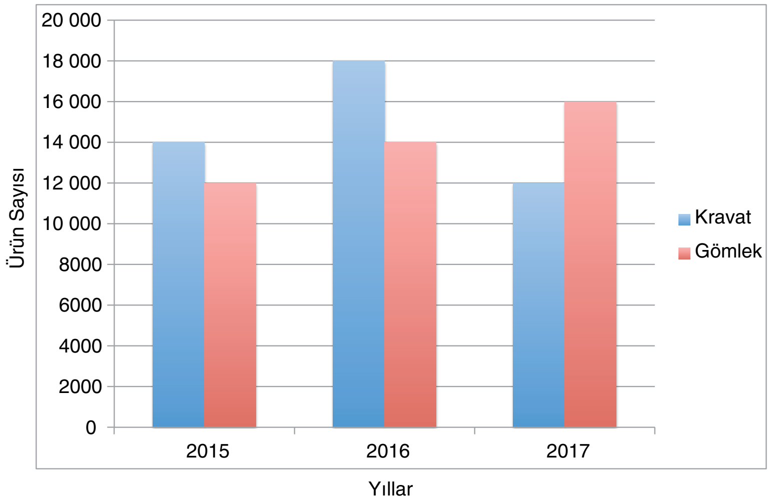
1. grafik



2. grafik

ÖRNEK

Aşağıdaki grafik bir tekstil fabrikasında üç farklı yılda üretilen gömlek ve kravat sayılarını göstermektedir.





Buna göre üç yıl boyunca üretilen gömlek ve kravat sayılarını bulalım.

Çözüm

- Üç yılda üretilen gömlek sayısı, $12\ 000 + 14\ 000 + 16\ 000 = 42\ 000$ dir.
- Üç yılda üretilen kravat sayısı, $14\ 000 + 18\ 000 + 12\ 000 = 44\ 000$ dir.

BİLGİ

Analitik düzlemde x ekseninde aralık (sınıf) sınırları, y ekseninde frekanslar gösterilerek çizilen sütun grafiğinde sütunlar arasında boşluk yoksa bu grafik türüne histogram denir.

ÖRNEK

29 kişiden oluşan bir sınıftaki öğrenciler sosyal sorumluluk projeleri kapsamında 6 ay süreyle çöp toplama kampanyası başlatmışlardır. Aşağıdaki tablo bu verilerle ilgilidir.

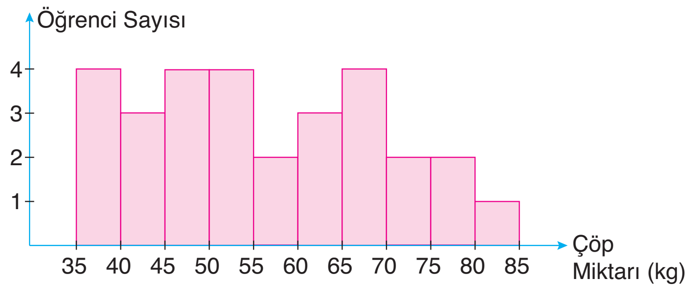
Toplanan Çöp Miktarı (kg)	Öğrenci Sayısı
$35 \leq x_1 < 40$	4
$40 \leq x_2 < 45$	3
$45 \leq x_3 < 50$	4
$50 \leq x_4 < 55$	4
$55 \leq x_5 < 60$	2
$60 \leq x_6 < 65$	3
$65 \leq x_7 < 70$	4
$70 \leq x_8 < 75$	2
$75 \leq x_9 < 80$	2
$80 \leq x_{10} < 85$	1



Bu verilere ait histogramı çizelim.

Çözüm

Aralıkların açıklıkları eşit olacak biçimde histogramımızı oluşturalım.



İstatistikte verilerin $35 \leq x < 40$ vb. biçiminde belirtilmesine sınıflama denir.

Aralıklar $35 \leq x_1 < 40$, $40 \leq x_2 < 50$ ve $50 \leq x_3 < 65$ vb. gibi olursa yani aralıkların açıklıkları eşit olmazsa bu verileri sütun grafiği ve histogram ile göstermek uygun olmaz.

PROJE



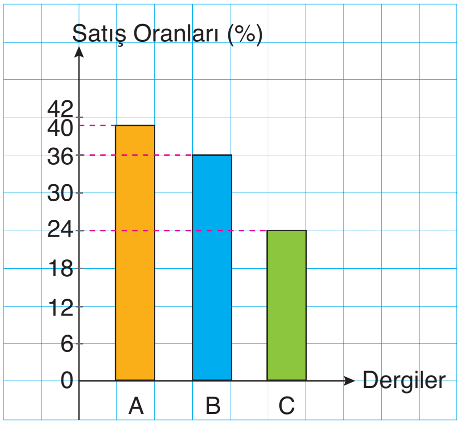
Bu projede okulunuzdaki öğrencilerin kitap okuma alışkanlıkları hakkında bir araştırma yapacaksınız. Araştırmanız için veriler toplamanız, verileri düzenlemeniz, elde ettiğiniz bulguları çeşitli tablo ve grafiklerle göstermeniz gerekecektir. Ayrıca sizden araştırma sonuçlarınızı içeren bir sunum hazırlamanız, sonrasında ise kişisel yorumlarınızı açıklamanız beklenmektedir. Aşağıdaki adımları takip ederek projenizi hazırlayınız.

- Veri elde etmek için bir anket hazırlayınız. Bu ankette kaç tane araştırma sorusu yer alacaktır? Soracağınız soruları belirlemeden önce internetten benzer araştırmaları inceleyiniz.
- Okulunuzdaki tüm öğrencilere ulaşmanız mümkün mü? Değilse, örneklemi nasıl seçeceksiniz? Örneklem kaç kişiden oluşacak?
- Araştırma için geliştirdiğiniz anketi uyguladıktan sonra anket formundaki verileri bilgisayar ortamına aktarınız. Bir istatistik programının deneme sürümünü kişisel bilgisayarınıza kurabilirsiniz.
- Çalışmanızın verilerini düzenledikten sonra, elde ettiğiniz bulguları araştırma kapsamını göz önünde bulundurarak tablo ve/veya grafiklerle gösteriniz. Araştırmanızda hangi tür grafikleri kullanacaksınız?
- Sunumunuzu hazırlayıp sınıf ortamında arkadaşlarınıza sununuz.
- Sunumunuz sırasında, hazırladığınız anket sorularına paralel olarak elde ettiğiniz bulguları açıklayınız. Örneğin, ankete katılanların yüzde kaçının kitap okumayı sevdiği, kitapları nasıl temin ettikleri, daha çok hangi tür kitapların tercih edildiği gibi.
- Sonuç kısmında kitap okuma sevgisini aşılamak için neler yapılabileceği hakkında yorumunuzu belirtiniz.

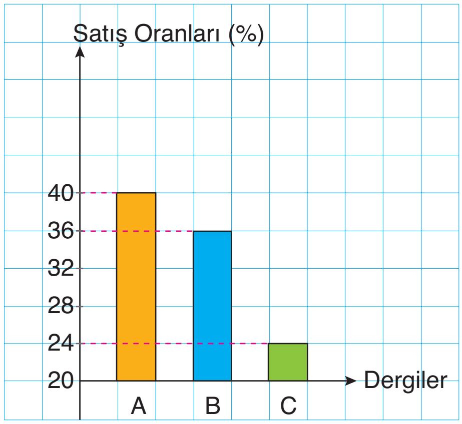
ÖRNEK



Aşağıdaki iki grafikte A, B ve C dergilerinin satışları yüzde (%) olarak verilmiştir. Her iki grafiği yorumlayalım.



1. grafik



2. grafik

Çözüm

Her iki grafikten de şu bilgileri elde ederiz:

A dergisinin tüm satışlar içindeki oranı %40

B dergisinin tüm satışlar içindeki oranı %36

C dergisinin tüm satışlar içindeki oranı %24 tür.

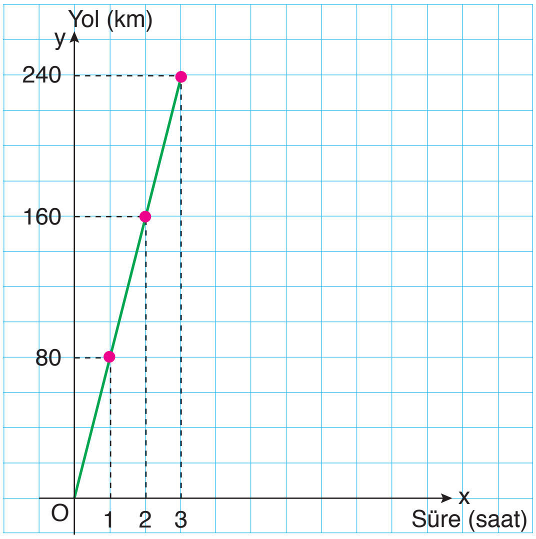
Bu bilgilere göre A dergisinin satışları, C dergisinin satışlarının iki katına yakındır. 1. grafikte A dergisinin satışını simgeleyen sütunun yüksekliği C dergisinin satışını simgeleyen sütunun yükseliğinin yaklaşık iki katıdır. Kezâ B dergisini simgeleyen sütunun yüksekliği C dergisini simgeleyen sütunun yüksekliğinin 1,5 katıdır. Bu durum da %24 ve %36 oranlarına uygundur. Özetle A, B ve C dergilerinin %40, %36 ve %24 olan satışları, sütün yüksekliklerine aynı oranda yansımıştır.

2. grafikte A dergisinin satış oranını simgeleyen sütunun yüksekliği C dergisinin satış oranını simgeleyen sütunun yüksekliğinin 5 katıdır. Gerçekte 2 katına yakın olmalıdır. Yine B dergisini simgeleyen sütunun yüksekliği C dergisinin satış oranını simgeleyen sütunun yüksekliğinin 4 katıdır. Hâlbuki gerçekte B dergisini simgeleyen sütunun yüksekliği C dergisini simgeleyen sütunun yüksekliğinin 1,5 katı olmalıdır.

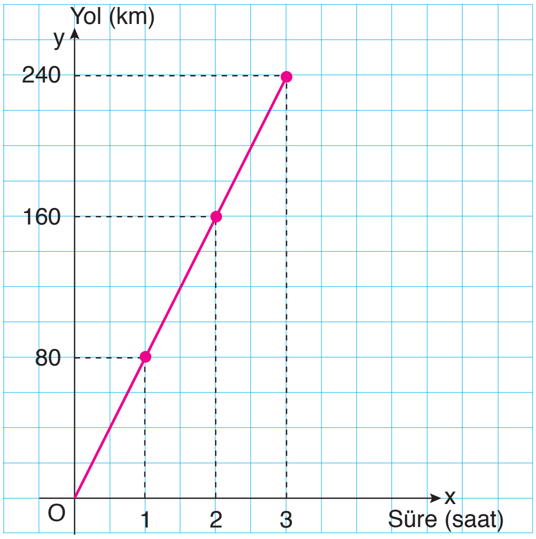
Özetle A, B ve C dergilerinin %40, %36 ve %24 olan satış oranları sütun yüksekliklerine aynı oranda yansımamıştır. Bu durum, grafiği inceleyenlerin hatalı algılamalarına neden olmaktadır. Bunun sebebi y ekseninin sıfır ile değil de 20 ile başlamasıdır.

ÖRNEK

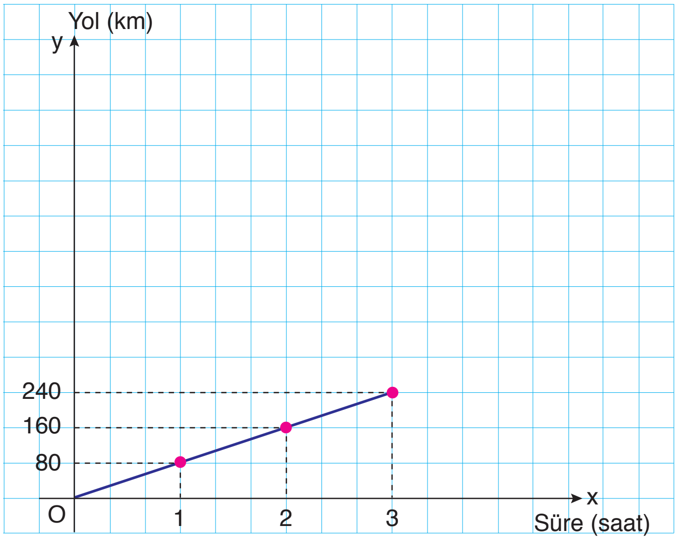
Aşağıdaki üç grafik “Saatte 80 km sabit hızla giden bir aracın aldığı yolun zamana bağlı olarak değişimi”ni göstermektedir. Üç grafikte de x ve y eksenlerindeki birimler farklı alınmıştır. Bu durumu yorumlayalım.



1. grafik



2. grafik



3. grafik

Çözüm

Zemin üzerindeki kareleri bir küçük birim (kb) alırsak,

1. grafikte x eksenindeki birim 1 kb, y eksenindeki birim 4 kb,

2. grafikte x eksenindeki birim 2 kb, y eksenindeki birimi 4 kb,

3. grafikte x eksenindeki birim 3 kb, y eksenindeki birim 1 kb

olarak alınmıştır. Bu durum 1. grafikte aracın daha hızlı yol aldığı, 3. grafikte ise aracın hızının iyice azaldığı algısını yaratmıştır (2. grafikle kıyaslama yapılarak yorumlanmıştır.).

ÖRNEK

Gösterimde olan 25 filme 1 den 5 e kadar beğeni puanları verilmiştir. Filmlere verilen puanlar aşağıdaki gibi küçükten büyüğe sıralanmıştır.

Puanlar: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5

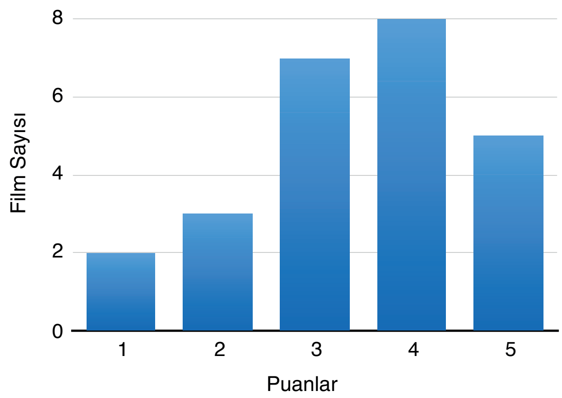
a. Bu durumu özetleyen sütun grafiğini ve daire grafiğini çizelim. Yorumlayalım.

b. Veri grubunun aritmetik ortalamasını bulalım.

c. Aritmetik ortalamanın üstünde puan alan kaç film vardır? Bulalım.

Çözüm

a. Sütun grafiği aşağıdaki gibidir.



Daire grafiğinde 1 filme karşılık gelen merkez açının ölçüsü, $\frac{360°}{25} = (14,4)°$ olur.

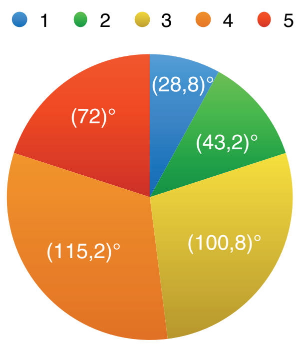
1 puan alan 2 film $2 \cdot (14,4)° = (28,8)°$,

2 puan alan 3 film $3 \cdot (14,4)° = (43,2)°$,

3 puan alan 7 film $7 \cdot (14,4)° = (100,8)°$,

4 puan alan 8 film $8 \cdot (14,4)° = (115,2)°$,

5 puan alan 5 film $5 \cdot (14,4)° = (72)°$ lik açılarla gösterilir.



Bu örnekte olduğu gibi 1 birime karşılık gelen açı ölçüsü tam sayı değilse daire grafiğinin algılanması zor olur. Bu durumda daire grafiği tercih edilmemelidir.

b. Aritmetik ortalama, $\overline{X} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 5}{25}$

$= \frac{2 + 6 + 21 + 32 + 25}{25}$

$= \frac{86}{25}$

$= 3,44$

c. 4 ve 5 puan alan filmler, aritmetik ortalamanın üstünde puan alan filmlerdir. O hâlde $8 + 5 = 13$ film aritmetik ortalamanın üstünde puan almıştır.

ÖRNEK

Aşağıdaki parça "Türkiye'de Rüzgâr Enerjisi Potansiyeli ve Kullanımı" başlıklı makaleden alınmıştır.



"Gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler, Japonya'nın Kyoto kentinde imzaladıkları Kyoto Protokolü ile kendi sera gazı gaz emisyonlarını azaltmayı taahhüt etmişlerdir. Eğer rüzgâr enerjisi üretiminde bugünkü büyüme aynı şekilde devam ederse rüzgâr enerjisi, yılda 110 milyon ton CO_2 koruması sağlayacaktır. Bu miktar Kyoto Protokolünde belirlenen miktardan %30 daha fazladır."

Bu bilgileri özetleyelim ve grafikte gösterelim.

Çözüm

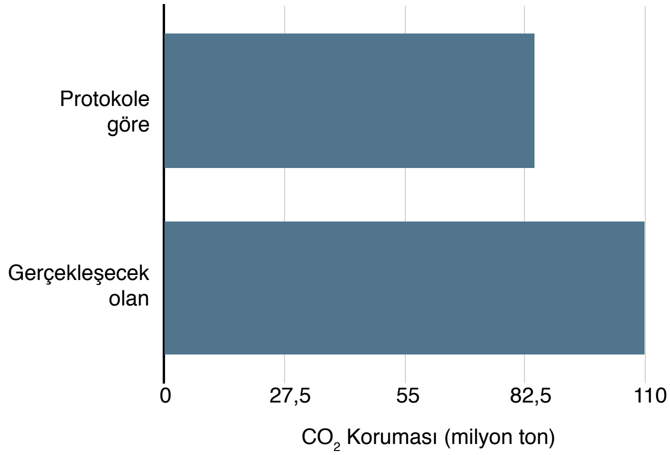
- Rüzgâr enerjisi üretimi artmaya devam ederse yılda 110 milyon ton CO_2 koruması sağlanacaktır.
- Bu miktar Kyoto Protokolünde belirlenen miktardan %30 daha fazladır.

Kyoto Protokolünde belirlenen miktarı bulalım.

$$\frac{110}{1,3} = 84,6 \text{ milyon ton}$$

%30 fazlası verilen bir değeri bulmak için bu değer 1,3 ile bölünür.

Bu bilgileri aşağıdaki gibi grafikte gösterelim.



Yenilenebilir enerji kaynağı olan rüzgâr enerjisinin fosil ve diğer enerji kaynaklarına göre birçok üstünlüğü bulunmaktadır. Bunlardan bazıları şöyledir:

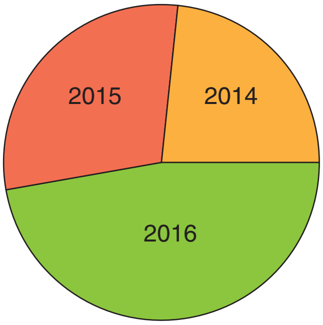
1. Temiz ve bedava bir enerji kaynağıdır.
2. Hava kirliliği problemini azaltır.
3. Küresel ısınmaya katkıda bulunmaz.
4. Elde edilmesi kolaydır, yakıt maliyetleri yoktur.
5. İstihdam ve bölgesel kalkınma sağlayarak işsizliğin azalmasına sebep olur.

ÖRNEK

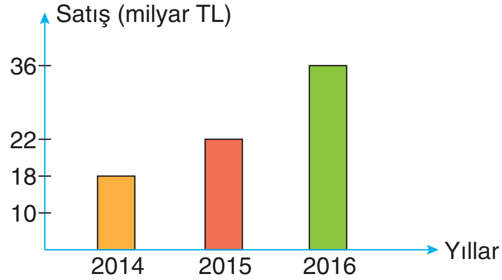
Bir büyük şirketin üç yıllık geliri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Yıl	Gelir (Milyar TL)
2014	18,21
2015	22,70
2016	36,60

Bu bilgileri göstermek için Ali daire grafiğini, Ayşe ise sütun grafiğini tercih etmiştir.



Ali'nin grafiği



Ayşe'nin grafiği

Acaba hangisinin tercih ettiği grafik duruma daha uygundur? Açıklayalım.

Çözüm

Ayşe'nin tercih ettiği sütun grafiği bu durum için daha uygundur. Çünkü şirketin yıllara göre elde ettiği gelir miktarları sütun grafiğinde görülebilmektedir.

SIRA SİZDE

Aşağıdaki tabloda, Türkiye'deki ormanların coğrafi bölgelere düşen payları % olarak verilmiştir.

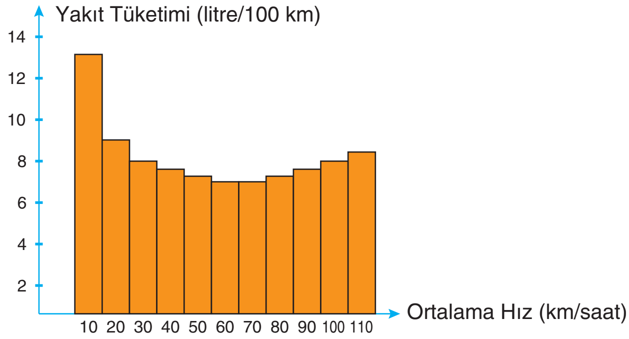
Bölgeler	Orman Oranı (%)
Karadeniz Bölgesi	26
Akdeniz Bölgesi	24
Ege Bölgesi	15
Marmara Bölgesi	18
Doğu Anadolu Bölgesi	9
İç Anadolu Bölgesi	7
Güneydoğu Anadolu Bölgesi	1

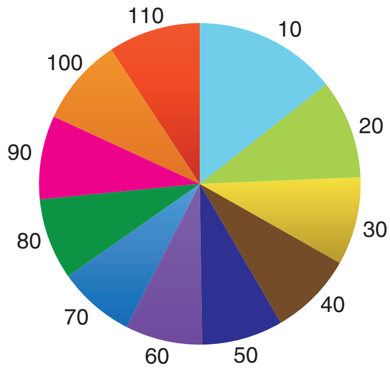


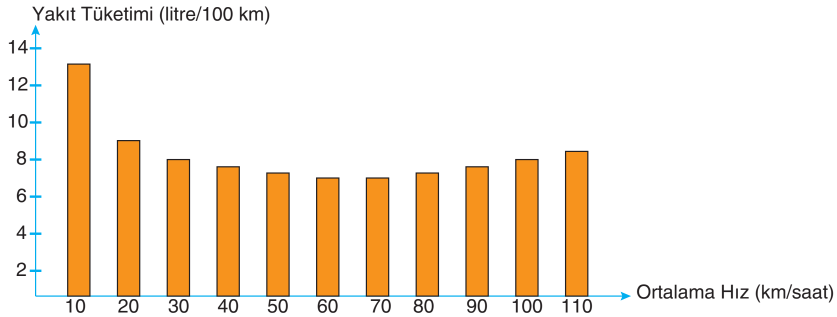
Tablodaki verileri grafik türlerinden hangileriyle göstermek uygun olur? Hangisiyle olmaz? Açıklayınız.

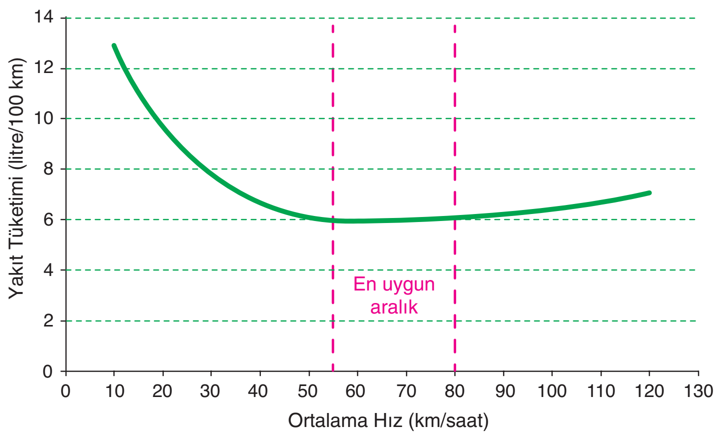
ÖRNEK

Aşağıda, motor hacmi 1400 cm^3 ten küçük olan bir otomobilin 100 km'lik bir yolda ortalama hızına göre tükettiği yakıt miktarını gösteren grafikler verilmiştir. Verilen duruma en uygun grafik hangisidir? Açıklayalım.









Çözüm

Histogram, daire grafiği ve sütun grafiği genellikle kesikli verileri göstermek için kullanılır. Yakıt tüketimi sürekli bir veri olduğu için grafikle gösteriminde çizgi grafiğinin kullanılması daha uygundur.

TEKNOLOJİ

Bir ülkedeki "işsizlik oranı" ve "enflasyon" ülkenin refahını etkileyen önemli göstergelerdendir. Enflasyon, mal ve hizmet fiyatlarının artmasıdır. İşsizlik oranı ise yaşı 15 veya daha fazla olup bir işi bulunmayan, fakat çalışmaya hazır olan ve iş bulmak için çaba harcayan kişilerin toplam işgücüne oranıdır. Acaba enflasyon ve işsizlik oranı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu soruyu irdelemek için teknolojiden yararlanacağız.

Türkiye için 2010 yılından 2016 yılına kadar olan veriyi aşağıdaki tabloda bulacaksınız.

Yıl	İşsizlik Oranı	Enflasyon Oranı
2010	11,9	6,4
2011	9,8	10,45
2012	9,2	6,16
2013	9,7	7,4
2014	9,9	8,17
2015	10,3	8,81
2016	10,9	8,53

http://dergipark.gov.tr/download/article-file/463739

Şimdi aşağıdaki adımları izleyiniz.

- İlk önce verileri her yıl için (işsizlik oranı, enflasyon oranı) sıralı ikililerine dönüştürelim. Bu ikililer bize işsizlik ve enflasyon bağıntısını belirlemek ve bu ilişkinin grafiğini çizmek için gerekmektedir.

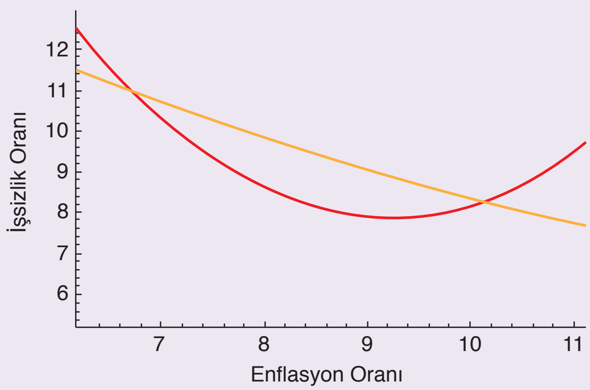
  (11.9 , 6.4) (9.8 , 10.45) (9.2 , 6.16) (9.7 , 7.4) (9.9 , 8.17) (10.3 , 8,81) (10.9 , 8.53)

- www.wolframalpha.com internet adresine gidiniz ve giriş çubuğuna verileri "fit" komutuyla beraber aşağıdaki gibi yazınız.

  fit (11.9 , 6.4) (9.8 , 10.45) (9.2 , 6.16) (9.7 , 7.4) (9.9 , 8.17) (10.3 , 8,81) (10.9 , 8.53)

- Bilgisayar size iki değişik grafik önerecektir. İkisinde de ortak bir özellik görülüyor: Enflasyon arttıkça işsizlik düşüyor, enflasyon düştükçe işsizlik artıyor. Kısacası, enflasyon ile işsizlik arasındaki ters bir ilişki var.

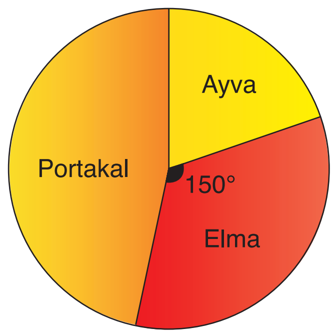
  (Bu grafikte yatay eksen enflasyon oranını, dikey eksen de işsizlik oranını göstermektedir. Eksenlerin birimleri eşit alınmamıştır.)



Bu ilişkiyi ilk öneren Yeni Zelandalı William Philips (Vilyım Filips)'tir. William Philips bu ilişkiyi 1958 yılında yazdığı bir makalede İngiltere ekonomisi üzerinde gösterdi.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir manavın bir yılda sattığı portakal, elma ve ayva meyvelerinin kütlece dağılımı yandaki daire grafiğinde verilmiştir. Bu manav bir yıl boyunca 30 ton elma ve 10 ton ayva sattığına göre kaç ton portakal satmıştır?



2. Bir lisenin 12. sınıfları arasında 6 ay süre ile atık pil toplama etkinliği düzenlenmiştir. Bu sınıfların topladıkları pil sayıları ve kütleleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Şube	Pil (adet)	Pil (kg)
12 – A	150	6
12 – B	130	8
12 – C	120	5
12 – D	160	7,5

Buna göre;

a. Toplanan pillerin sınıflara göre sayılarını gösteren sütun grafiğini çiziniz.

b. Toplanan pillerin sınıflara göre kütlelerini gösteren sütun grafiğini çiziniz.

3. Bir şehirde 2016 ve 2017 yıllarında yapılan kültürel etkinliklere katılan kişi sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Kültürel Etkinlik	Kişi Sayısı	
	2016 Yılı	2017 Yılı
Sinema	500	720
Tiyatro	500	640
Müze	300	480
Sergi	540	900
Konser	160	220

Buna göre;

a. 2017 yılında müze etkinliğine katılan kişi sayısı 2016 yılına göre yüzde kaç artmıştır?

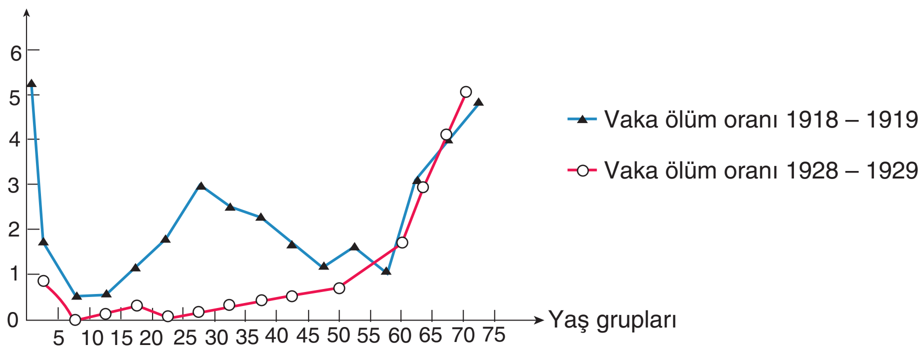
b. 2016 yılında bu kültürel etkinliklere katılan kişilerin sayısı bir daire grafiğiyle gösterildiğinde bu daire grafiğinde sinemaya giden kişilerin sayısını gösteren daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

4. Aşağıdaki grafikten şöyle bir sonuç çıkarılmıştır:

Grip virüsü (influenza) bazı şartlar altında 30 yaş civarındaki hastalar için ölümcüldür.

Bu sonuç yanlış olabilir mi? Tartışınız.

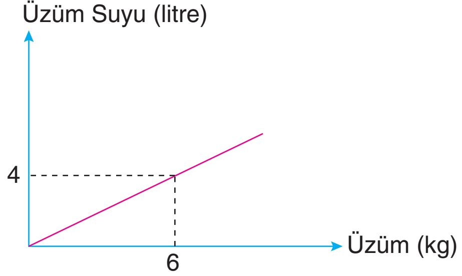




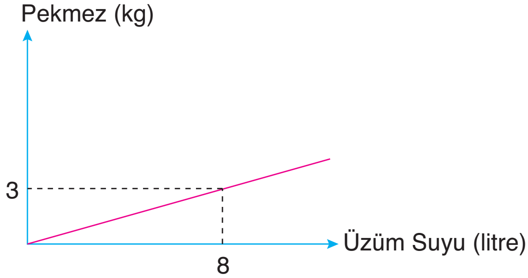
5. Pekmez üretimi yapılan bir fabrikada önce üzümden üzüm suyu, sonrasında ise üzüm suyundan üzüm pekmezi elde edilmektedir.

Aşağıdaki doğrusal grafiklerin birincisinde üzümden elde edilen üzüm suyu miktarı, ikincisinde ise üzüm suyundan elde edilen pekmez miktarı gösterilmiştir.





1. grafik



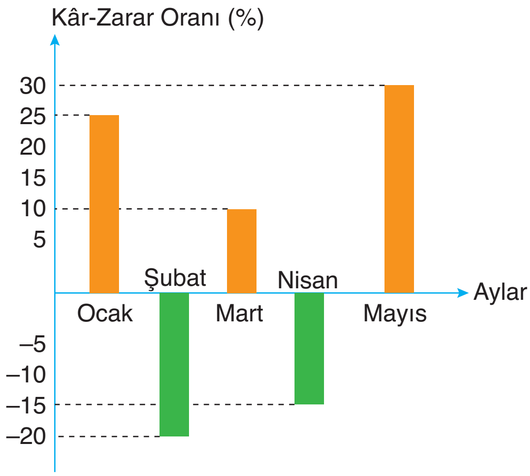
2. grafik

Buna göre;

a. 60 kg üzümden kaç kg pekmez elde edilir?

b. 30 kg pekmez elde etmek için kaç kg üzüm gereklidir?

6. Aşağıdaki grafikte, bir malın satışından yılın ilk beş ayında elde edilen kâr ya da zarar miktarları yüzde olarak gösterilmiştir.



Grafikteki pozitif değerler kârı, negatif değerler zararı göstermektedir. Bu malın beş ay boyunca maliyet fiyatı değişmemektedir. Malın satış fiyatı ay içinde sabit kalmaktadır. Maldan her ay farklı adetlerde satılmaktadır. Malın ocak ayındaki satış fiyatı 125 TL'dir.

Buna göre;

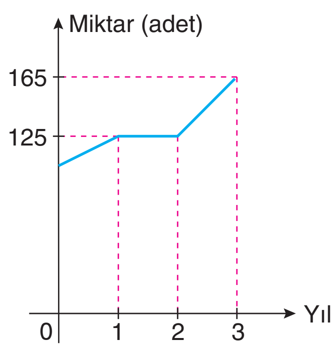
a. Bu malın şubat ayındaki satış fiyatı kaç TL'dir?

b. Mayıs ayında bu maldan 40 birim satılmıştır. Bu malın mayıs ayındaki satışından toplam kaç TL kâr elde edilmiştir?

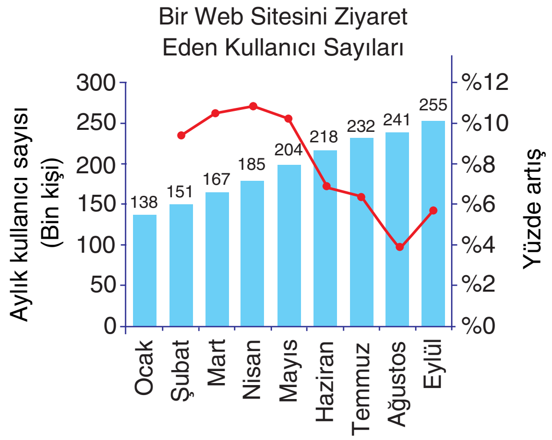
c. Bu malın mart ayında yapılan satışından elde edilen toplam kâr, nisan ayındaki satıştan edilen toplam zarara eşittir. Buna göre mart ayında satılan malın miktarı, nisan ayında satılan malın miktarının kaç katıdır?

7. Yandaki grafik bir fabrikanın deposundaki mal miktarının yıllara göre değişimini göstermektedir.

Buna göre depodaki mal miktarı 3. yılda bir önceki yıla göre yüzde kaç artmıştır?

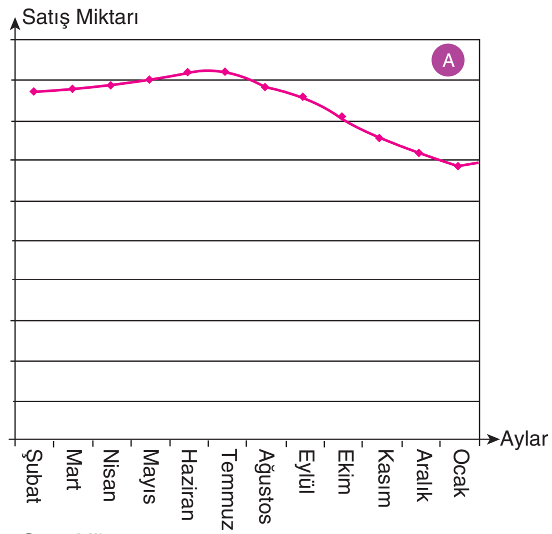


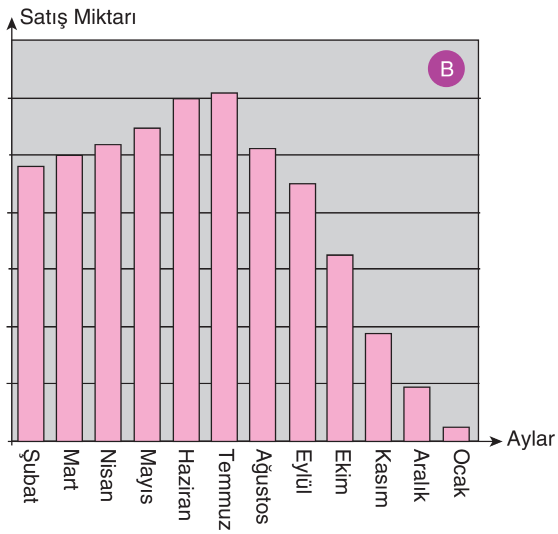
8. Aşağıda bir web sitesini ziyaret eden kullanıcı sayısının aylara (ocak – eylül) göre dağılımını görselleştiren sütun grafiği ve kullanıcı sayısının bir önceki aya göre artışını yüzde olarak gösteren çizgi grafiği verilmiştir.

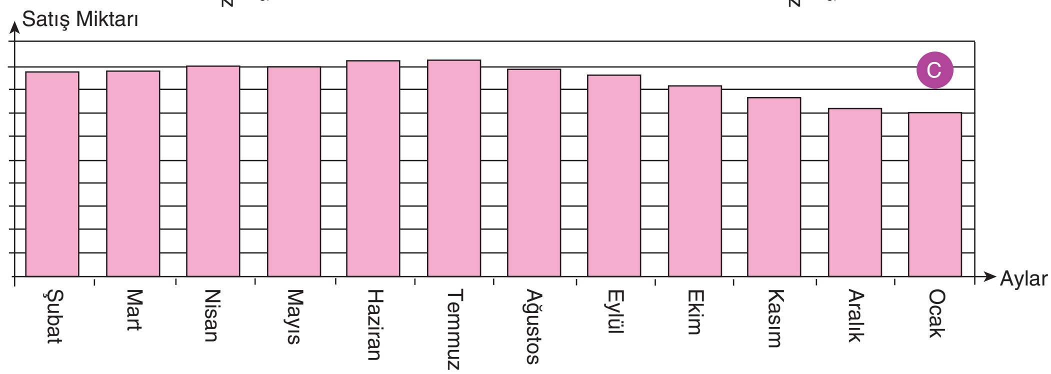


Web sitesini kullananların sayısı ocak ayından itibaren her ay bir önceki aya göre artmıştır. Bu durum, hangi grafikten daha iyi izlenmektedir?

9. Bir şirketin yöneticileri, yönetim kuruluna sunum yaparken aşağıdaki grafiklerden C'yi tercih etmişlerdir. Bu grafiklerin üçü de satışlardaki önemli bir kaybı gösterdiğine göre C'deki grafiğin bu kaybı bir ölçüde saklamasının nedenlerini açıklayınız.







2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Bir okulun 9. sınıflarında 140 öğrenci, 10. sınıflarında 130 öğrenci, 11. sınıflarında 60 öğrenci, 12. sınıflarında 30 öğrenci vardır. Bu verileri gösteren daire grafiğinde 10. sınıfları belirten daire diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 100

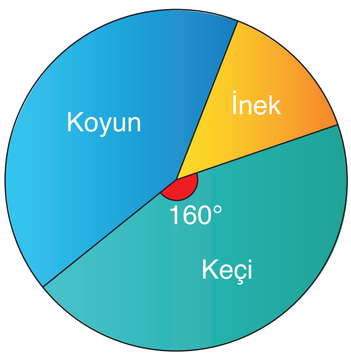
2. Aşağıdaki tabloda bir bahçeye dikilmiş olan ürünler ve bu ürünlerin dikili olduğu alanların bahçenin bütünü içindeki oranları verilmiştir.

Ürün	Yüzde
Maydanoz	5
Marul	10
Soğan	15
Patates	40
Domates	30

Bu veriler bir daire grafiği ile gösterildiğinde domates dikili olan alanı gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 110 B) 108 C) 106 D) 102 E) 100

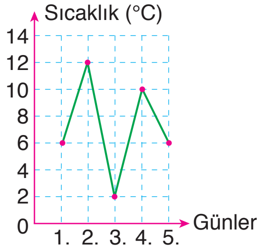
3. Aşağıdaki daire grafiği 80 keçinin olduğu bir çiftlikteki hayvanların dağılımını göstermektedir.

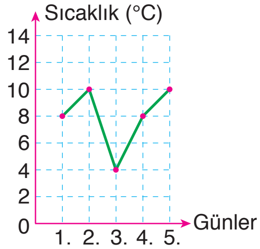


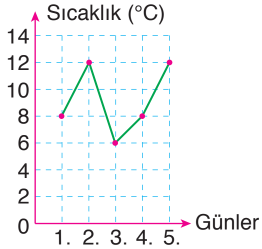
Bu çiftlikteki koyun sayısı inek sayısının 3 katı olduğuna göre çiftlikte kaç koyun vardır?

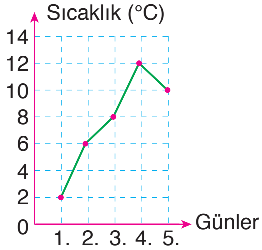
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

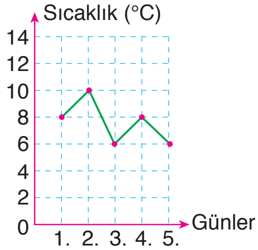
4. Bir ilin beş günlük hava sıcaklık değerleri ortalaması 8 °C olarak ölçülmüştür. Bu ilin beş günlük hava sıcaklık değerlerini gösteren grafik aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 

B) 

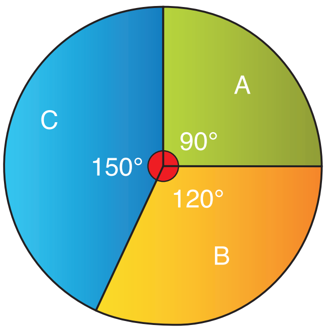
C) 

D) 

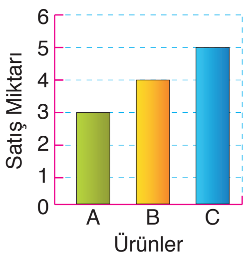
E) 

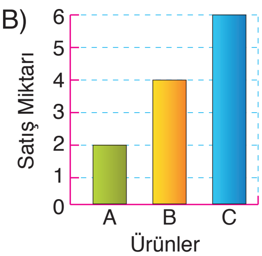
5.

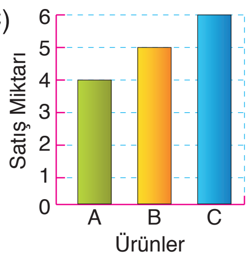
Grafik: Ürünlerin Satış Miktarı

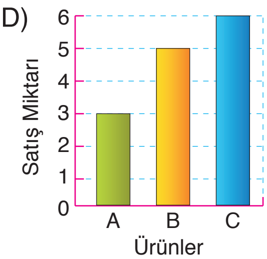


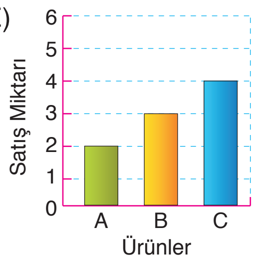
Yukarıdaki daire grafiğindeki değerlere uygun sütun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 

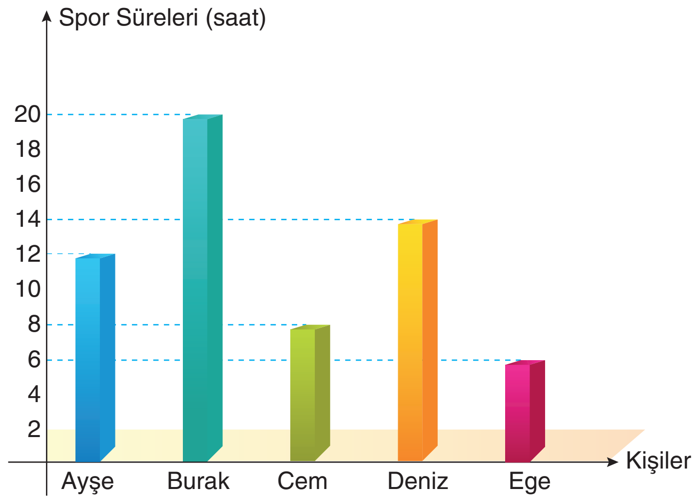
B) 

C) 

D) 

E) 

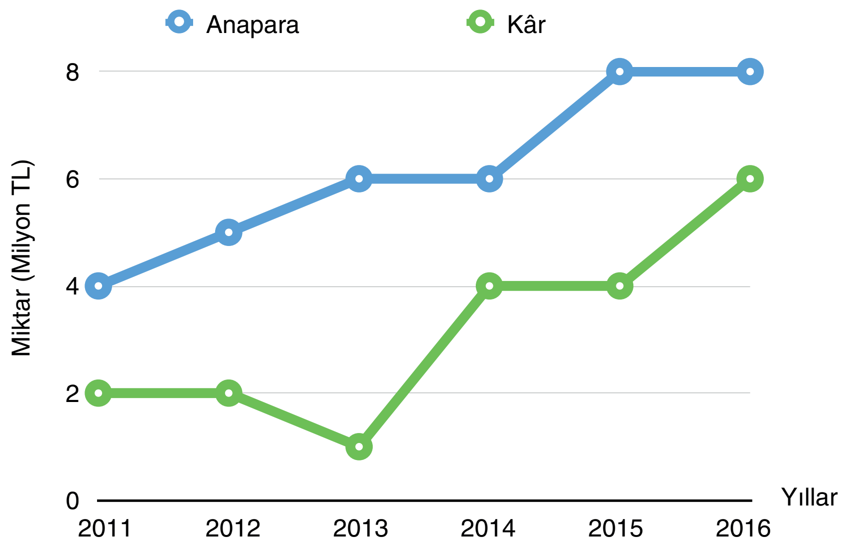
6.



Yukarıdaki sütun grafiği beş kişinin bir haftada yaptığı spor sürelerini göstermektedir. Bu verileri bir daire grafiğinde gösterdiğimizde aşağıdakilerden hangisi bu grafikteki bir daire diliminin merkez açısının ölçüsü olamaz?

A) 120° B) 96° C) 84° D) 72° E) 48°

7. Bir şirketin 2011 ile 2016 yıllarındaki anapara ve kâr miktarlarının değişimi aşağıdaki grafikte verilmiştir.

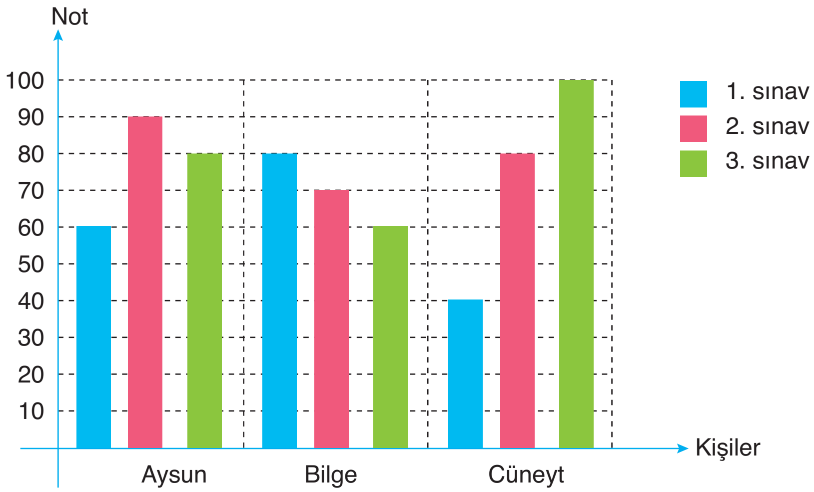


Buna göre hangi iki yılda $\frac{\text{kâr}}{\text{anapara}}$ oranı eşittir?

A) 2011 ile 2012 B) 2012 ile 2015 C) 2013 ile 2014

D) 2011 ile 2015 E) 2011 ile 2016

8. Aşağıdaki grafikte, Aysun, Bilge ve Cüneyt'in matematik sınav sonuçları verilmiştir.



Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) 1. sınavda en yüksek notu Aysun almıştır.

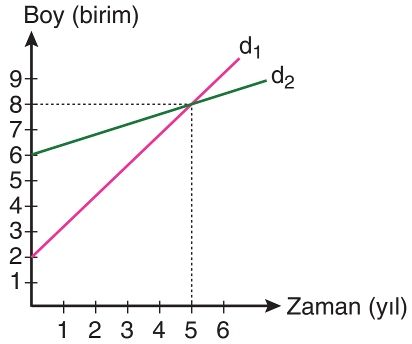
B) 1. sınavda en düşük notu Bilge almıştır.

C) 2. sınavda en düşük notu Cüneyt almıştır.

D) 2. sınavda en yüksek notu Aysun almıştır.

E) 3. sınavda en yüksek notu Bilge almıştır.

9. Aşağıdaki doğrusal grafikler, aynı anda dikilmiş d_1 ve d_2 bitkilerinin boylarının yıllara göre değişimini göstermektedir.

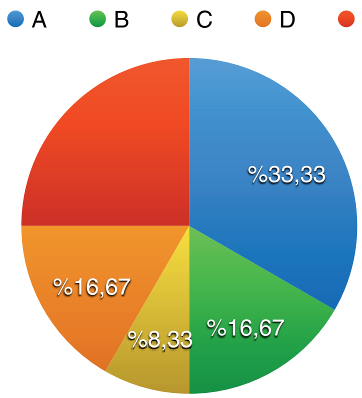


Buna göre, bitkilerin 10. yılda boylarının farkı kaç birim olur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10, 11, 12 ve 13. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

Aşağıdaki grafik, bir okulun A, B, C, D ve E ile gösterilen sınıflarındaki öğrencilerin dağılımını göstermektedir.



10. E sınıfındaki öğrenci sayısı bu beş sınıftaki toplam öğrenci sayısının yüzde kaçıdır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 25 E) 28

11. Grafikte E sınıfını gösteren daire diliminin merkez açısı kaç derecedir?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 90

12. Öğrenci sayısı en çok olan sınıf hangisidir?

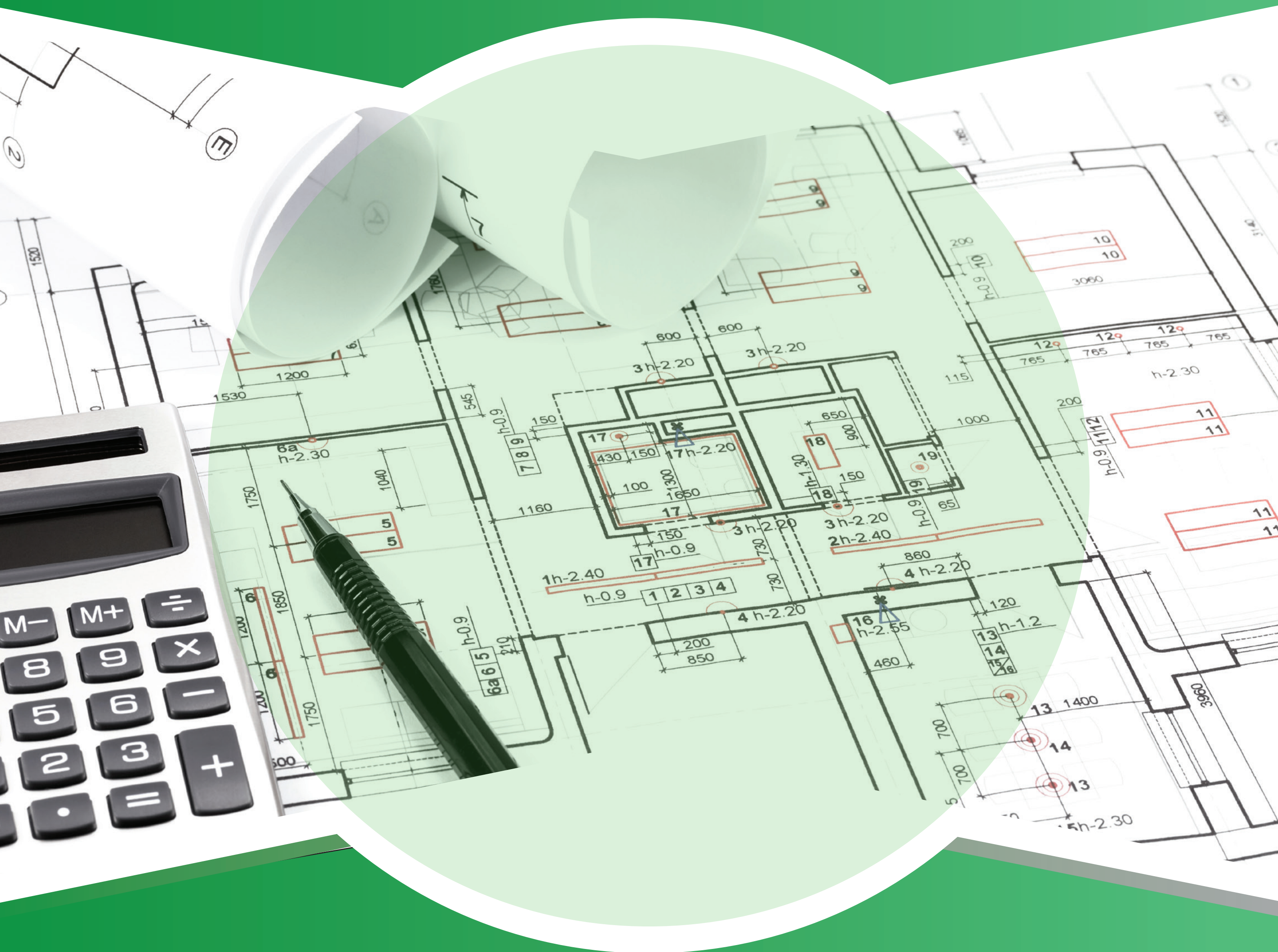
A) A B) B C) C D) D E) E

13. Hangi sınıfların öğrenci sayıları eşittir?

A) A ile B B) B ile D C) C ile D D) D ile E E) E ile A

3. ÜNİTE

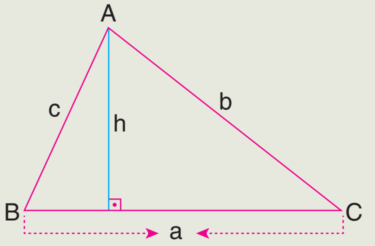
ÖLÇME



ÇEVRE, ALAN VE HACİM ÖLÇME

HAZIR MIYIZ?

1. Aşağıdakilerden hangisi üçgenin alan bağıntısıdır?



A) $S = \frac{a \cdot h}{2}$ B) $S = \frac{b \cdot h}{2}$ C) $S = \frac{c \cdot h}{2}$

2.

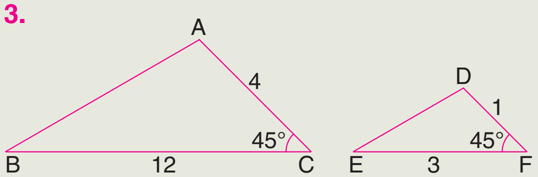


ABCD dikdörtgeninde $|AB| = 8$ birim ve $|BC| = 3$ birim olduğuna göre,

a. Çevre(ABCD) kaç birimdir?

b. Alan(ABCD) kaç birimkaredir?

3.

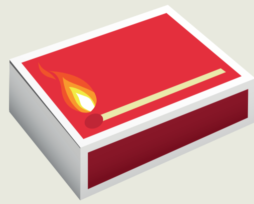


Yukarıdaki verilere göre

a. ABC ve DEF üçgenlerinin benzerlik oranlarını hesaplayınız.

b. $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})}$ oranını hesaplayınız.

4.



Yukarıdaki kibrit kutusunun ayrıt uzunlukları 1 cm, 3 cm ve 4 cm'dir. Kutunun hacmini hesaplayınız.

5. Bir küpün bir ayrıtının uzunluğu 1 birim, başka bir küpün bir ayrıtının uzunluğu 2 birimdir.

a. $\frac{\text{Küçük küpün alanı}}{\text{Büyük küpün alanı}}$

b. $\frac{\text{Küçük küpün hacmi}}{\text{Büyük küpün hacmi}}$

oranını hesaplayınız.

6. Aşağıda verilen orantı özelliklerini örnekteki gibi sözcüklerle ifade ediniz.

a. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a:b = c:d$ (dışlar: a ve d; içler: b ve c)

İçler dışlar çarpımı birbirine eşittir.

b. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

....

c. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

....

ç. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = k$

....

ÇEVRE, ALAN VE HACİM ÖLÇME

Çevre, Alan ve Hacim Ölçmeye Yönelik Problemler

Bir futbol sahasının boyunun ve eninin uzunluğunu, bir pastanın ağırlığını ya da evimizden okula gidebilmek için gereken zamanı bulmak için ölçme yapmamız gerekir.

Bazı ölçme tanımları şöyle verilebilir:

- Ölçme, ölçmek istediğimiz bir değişkenin gözlemlenip gözlem sonucunu sayılarla ya da başka sembollerle ifade etmektir. (Prof. Dr. M. Fuat Turgut)
- Bir varlık, olay veya durumun belli bir özelliğe sahip olma derecesinin ortaya konmasına ölçme denir. (Prof. Dr. Durmuş Ali Özçelik)

"Mesut'un 30 metreden attığı golle takımı maçı 1 – 0 kazandı." cümlesindeki 30 metre ifadesi Mesut'un kaleye olan uzaklığına ilişkin bir tahmindir. Hatta bilinçli söylenmişse kabaca bir ölçmedir.



Futbol sahasında on sekiz çizgisi olarak tabir edilen çizginin kale çizgisine olan uzaklığı 18 metredir. Santradan geçen ve sahayı iki eş bölgeye ayıran çizginin kale çizgisine olan uzaklığı ortalama 50 metredir. Bu değerler göz önüne alınarak 30 metrelik uzaklık tahmin edilmiştir.

Aşağıda verilenlerin genellikle hangi birimlerle ölçüleceği yanında belirtilmiştir. İnceleyiniz.

- Bir futbol sahasının alanı: m^2
- Bir otomobilin ağırlığı: kg
- Bir arının ağırlığı: g
- 1 den 10 a kadar saymak için geçen zaman: sn
- Bir kibritin uzunluğu: cm
- Ankara – İzmir uzaklığı: km
- Elektronik ortamdaki bir yazı dosyasının boyutu: KB (kilobayt)

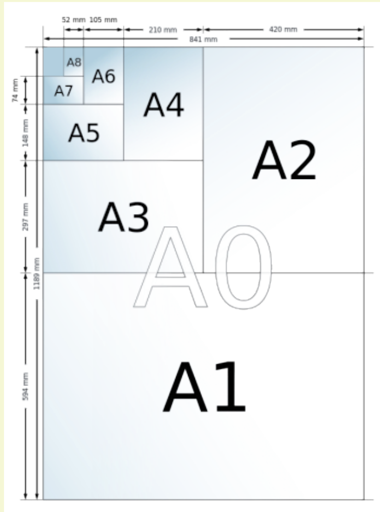
SIRA SİZDE

Bir şişedeki su miktarı genellikle hangi ölçü birimiyle belirtilir?

Günümüzde en çok kullandığımız kâğıtlar, fotokopi kâğıtlarıdır. Evde veya ofiste yazıcımızdan çıktı almak istediğimizde, boş kâğıda ihtiyacımız olduğunda bu kâğıtları kullanırız. Fotokopi kâğıtları genellikle A4 boyutundadır. En çok tüketilen A4 fotokopi kâğıdı 210 x 297 mm ölçülerindedir. A5 fotokopi kâğıdının ölçüsü 148 x 210 mm, A3 fotokopi kâğıdınınki ise 297 x 420 mm'dir.

Genel olarak A serisindeki kâğıtlar A0'dan başlamak üzere ikiye bölünerek elde edilir. A1 kâğıt A0'ın yarısı, A2 kâğıt A1'in yarısı, A3 kâğıt A2'nin yarısı, A4 kâğıt ise A3'ün yarısıdır.

A1 kâğıdının uzun kenarı A0'ın kısa kenarına eşit, A1 kâğıdının kısa kenarı ise A0'ın uzun kenarının yarısına eşittir. Bu şekilde, bu seride her kâğıt bir öncekinin yarı alanına eşit bir alana sahiptir.



ETKİNLİK

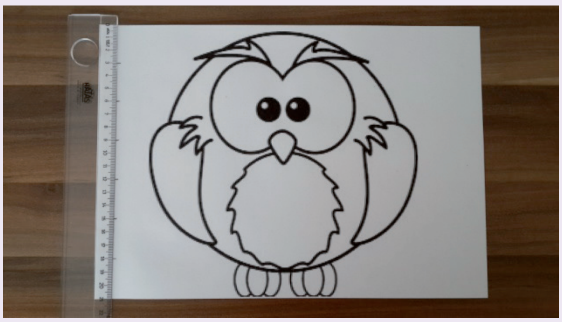
Araç ve gereçler: Kitabınızın 147. sayfasındaki şekil, A5 kâğıt, cetvel, kalem.

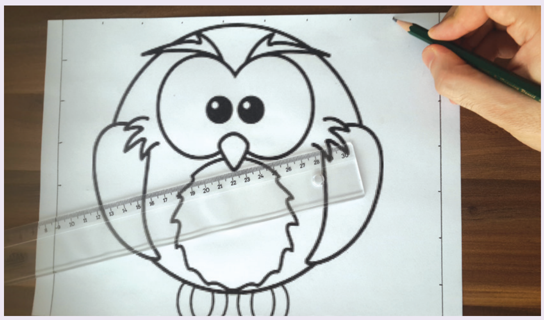
- Kitabınızın 147. sayfasındaki şeklin küçültülmüşünü A5 kâğıda adım adım çizelim.

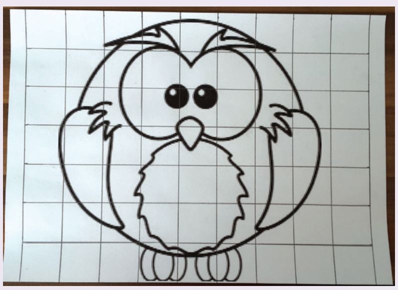




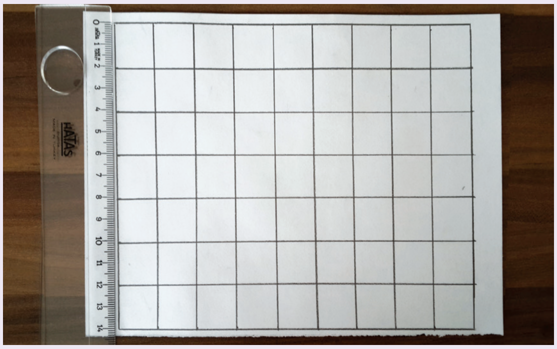
- Şeklimizin verildiği A4 kâğıdı, cetvel yardımıyla birimkarelere ayıralım. Birimkarelerin bir kenar uzunluğu 3 cm'dir.

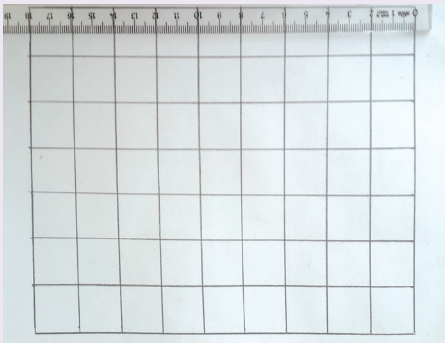




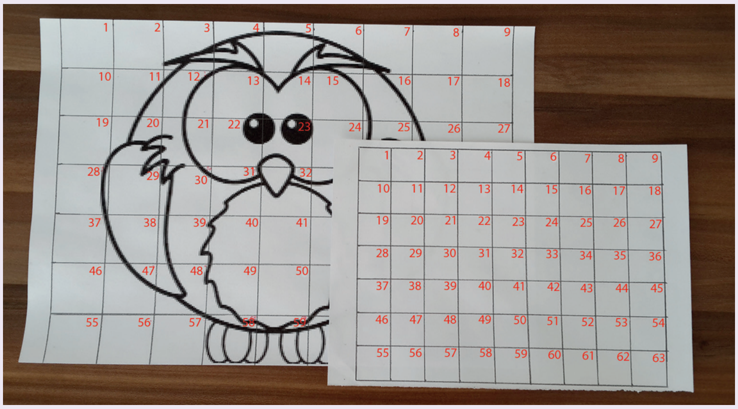


- Çizimi yapacağımız A5 kâğıdı da benzer biçimde aynı sayıda birimkarelere ayıralım. Bu kâğıttaki birimkarelerin bir kenar uzunluğu 2 cm'dir.

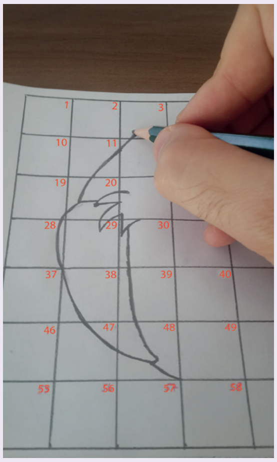


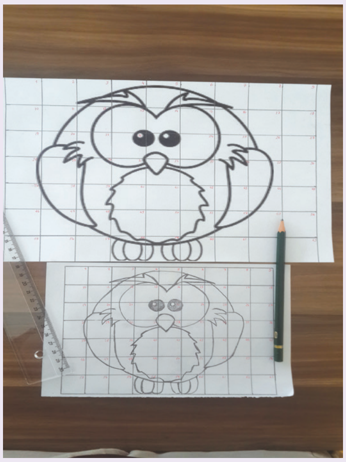


- Her iki kâğıdın birimkarelerini sol üst köşeden itibaren numaralandıralım.



- Aynı numaralı kareleri orijinalinden takip edip oranlayarak şeklin küçük bir kopyasını, hazırladığımız A5 kâğıdına çizelim.





- Çizdiğimiz şekildeki uzunlukların orijinaline göre hangi oranda küçüldüğünü söyleyiniz.
- İki şeklin alanları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

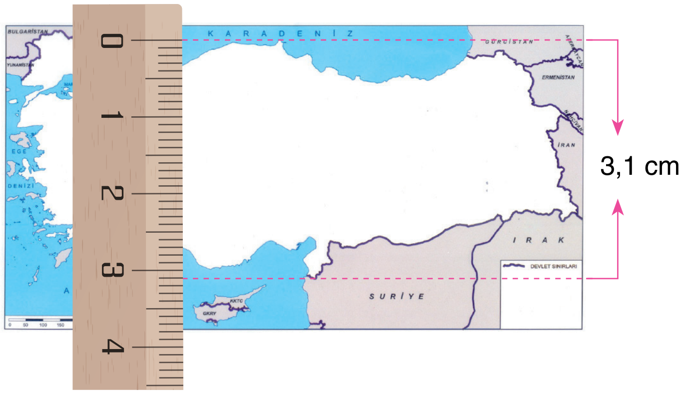
BİLGİ

Bir harita veya resimde görülen uzaklıklarla bunların işaret ettiği, karşılandığı gerçek uzunluklar arasındaki orana ölçek denir. Bir çizimin harita özelliği gösterebilmesi için belli bir ölçek ile çizilmiş olması gerekir. Haritalar üzerinde cetvelle ölçümler yaparak belirli iki şehir, ada, ülke vb. arasındaki uzaklığın kaç km olduğunu haritanın ölçeğini kullanarak hesaplayabiliriz.

ÖRNEK

Yanda verilen Türkiye haritasında, en kuzey ve en güney noktalar arasındaki uzaklık yaklaşık 3 cm'dir.

Türkiye $36° - 42°$ kuzey paralelleri arasında olduğuna göre haritanın ölçeğini yaklaşık olarak bulalım.



Çözüm

Paraleller farkı, $42° - 36° = 6°$ dir.

Bu paraleller arasındaki gerçek uzaklık, $6 \cdot 111 = 666$ km'dir.

$= 66\ 600\ 000$ cm'dir.

İki paralel arasındaki uzaklık 111 km'dir.

Buna göre şu orantıyı kurabiliriz:

Haritadaki 3 cm'lik uzunluk gerçekte 66 600 000 cm ise
Haritadaki 1 cm'lik uzunluk gerçekte x cm'dir.

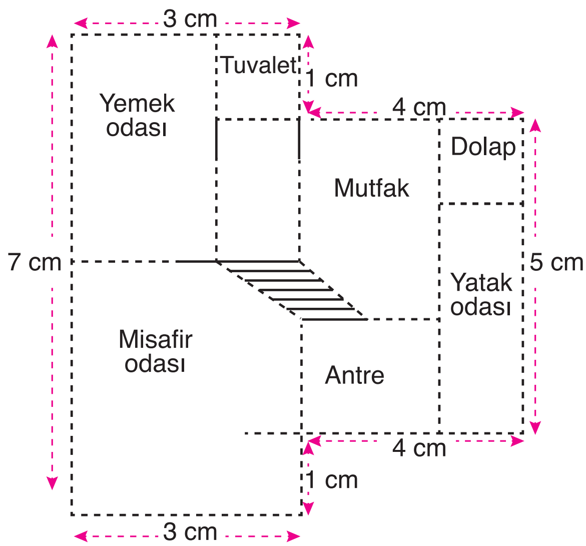
Doğru orantı

$$x = \frac{66\ 600\ 000}{3} = 22\ 200\ 000$$

O hâlde, harita yaklaşık olarak $\frac{1}{22\ 200\ 000}$ ölçekle çizilmiştir.

ÖRNEK

Yanda verilen planın ölçeği $\frac{1}{200}$ dür. Planı inceleyerek evin çevresinin gerçekte kaç metre olduğunu bulalım.



Çözüm

Planda evin çevre uzunluğu,

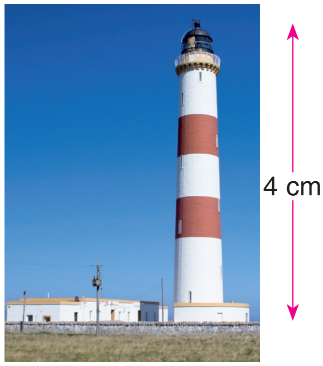
$3 + 1 + 4 + 5 + 4 + 1 + 3 + 7 = 28$ cm'dir.

Planın ölçeği $\frac{1}{200}$ olduğuna göre plandaki 1 cm'lik uzunluk gerçekte 200 cm yani 2 m'dir.

Evin çevresi (gerçekte), $28 \cdot 2 = 56$ metredir.

ÖRNEK

Yandaki fotoğraf bir deniz fenerine aittir. Fotoğrafta deniz fenerinin uzunluğu 4 cm'dir. Fotoğraf, deniz fenerinin gerçek uzunluğunun $\frac{1}{800}$ oranında küçültülmüşü olduğuna göre deniz fenerinin gerçek uzunluğu kaç metredir? Bulalım.

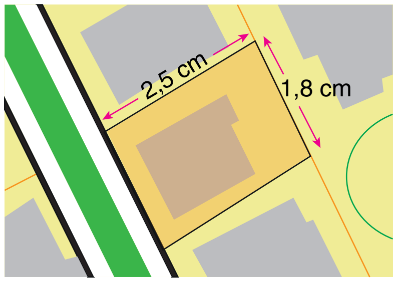


Çözüm

Deniz fenerinin gerçek uzunluğu fotoğraftaki uzunluğunun 800 katına eşittir. O hâlde deniz fenerinin gerçek uzunluğu $4 \cdot 800 = 3200$ cm yani 32 m'dir.

ÖRNEK

Emel Hanım, şehir içindeki tek katlı evini kat karşılığı müteahhide vermek istemektedir. Dikdörtgen biçimindeki arsanın 1/1000 ölçekli planda ön ve yan cepheleri sırasıyla 1,8 cm ve 2,5 cm'dir.



İmar Yönetmeliği'ne göre arsaya yapılabilecek binanın ön ve arka bahçe mesafesi 5 m, yan bahçe mesafesi ise 3 m olmalıdır. Ayrıca, yapılacak binanın taban alanı arsanın %40 ından fazla olamaz.

Yukarıdaki değerlere göre yapılacak bir bina, yönetmeliğe uygun olacak mıdır? Bulalım.

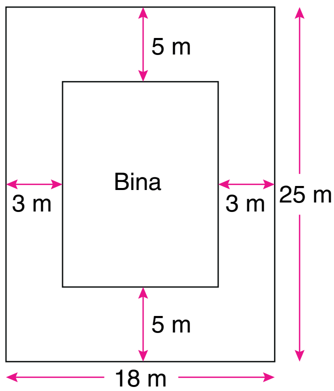
Çözüm

1/1000 ölçekli bir çizimde,

1,8 cm'lik uzunluk gerçekte $1,8 \cdot 1000 = 1800$ cm $= 18$ m'dir.

2,5 cm'lik uzunluk gerçekte $2,5 \cdot 1000 = 2500$ cm $= 25$ m'dir.

Yapılacak olan binayı, verilen değerlere uygun olarak arsanın içine yandaki gibi çizerek yerleştirelim.



Arsanın alanı, $18 \cdot 25 = 450$ m^2 dir.

Binanın alanı, $(18-(3+3)) \cdot (25-(5+5)) = 12 \cdot 15 = 180$ m^2 dir.

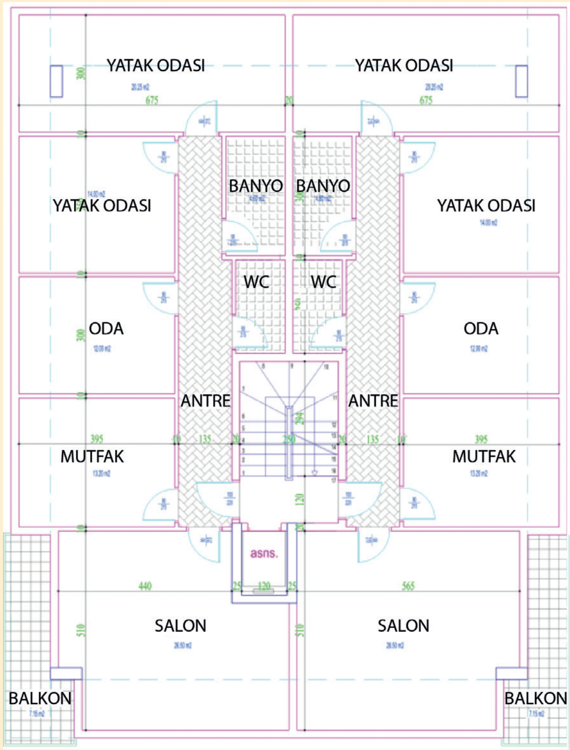
Binanın alanının arsanın alanına oranını bulalım.

$$\frac{\text{Binanın alanı}}{\text{Arsanın alanı}} = \frac{180}{450} = \frac{40}{100} = \%40$$

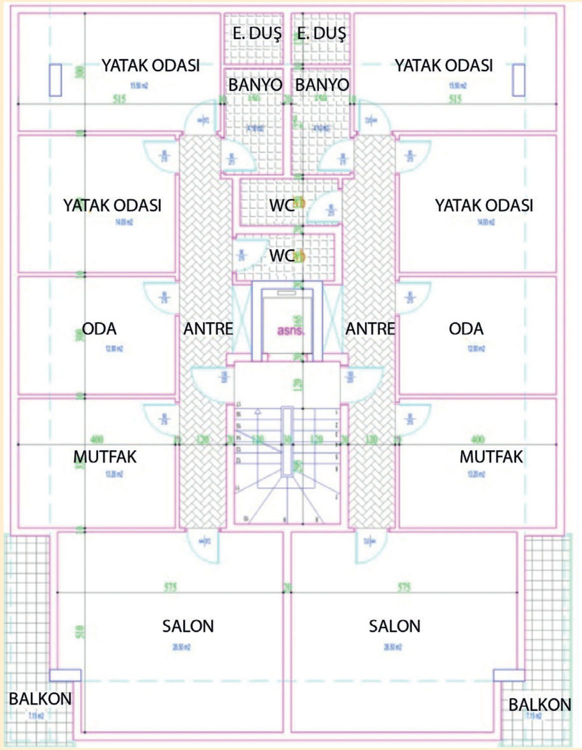
O hâlde yönetmeliğe aykırı bir durum yoktur.

SIRA SİZDE

Aşağıda, müteahhidin bir mimari modelleme programı kullanarak çizmiş olduğu iki farklı kat planı gösterilmiştir. Emel Hanım 1. planı daha uygun ve kullanışlı bulmuş, apartmanının bu plana göre yapılmasını istemiştir.



1. plan



2. plan

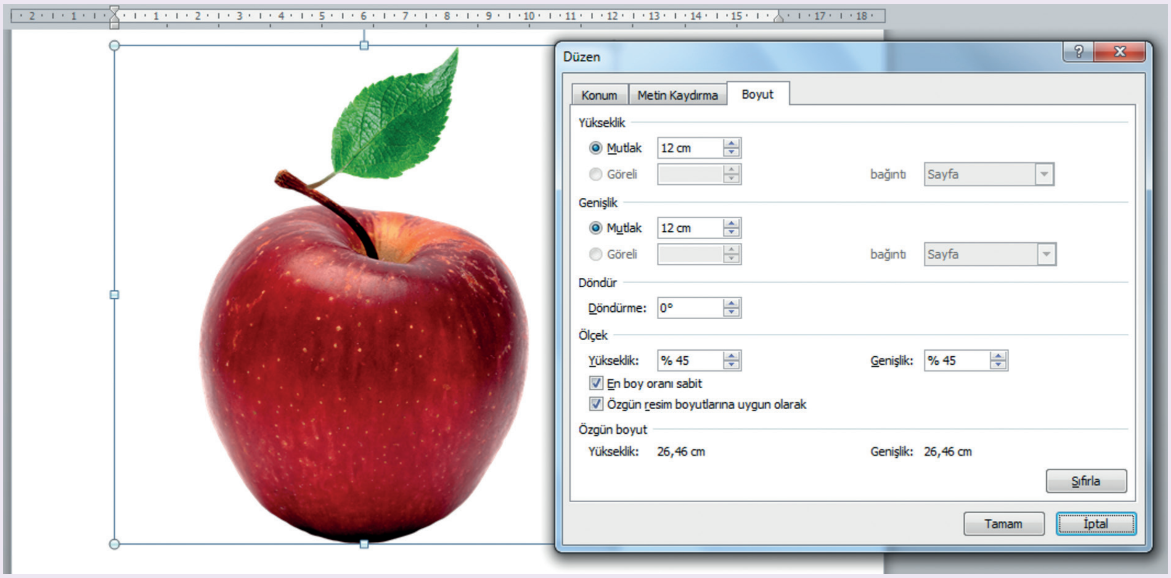
Siz de yaşadığınız evin bir planını kareli kâğıda çiziniz. Daha ayrıntılı bir çizim yapmak isterseniz mimari modelleme programı kullanan bir mimar veya mühendis yakınınızdan yardım alabilirsiniz.

Bilgisayar destekli teknik çizim ve tasarım programları mühendisler, mimarlar, teknik ressamlar, teknikerler vb. tarafından kullanılır. Bu programlar sayesinde bir yapının her bölümü dijital ortamda en ince ayrıntısına kadar çizilebilir.



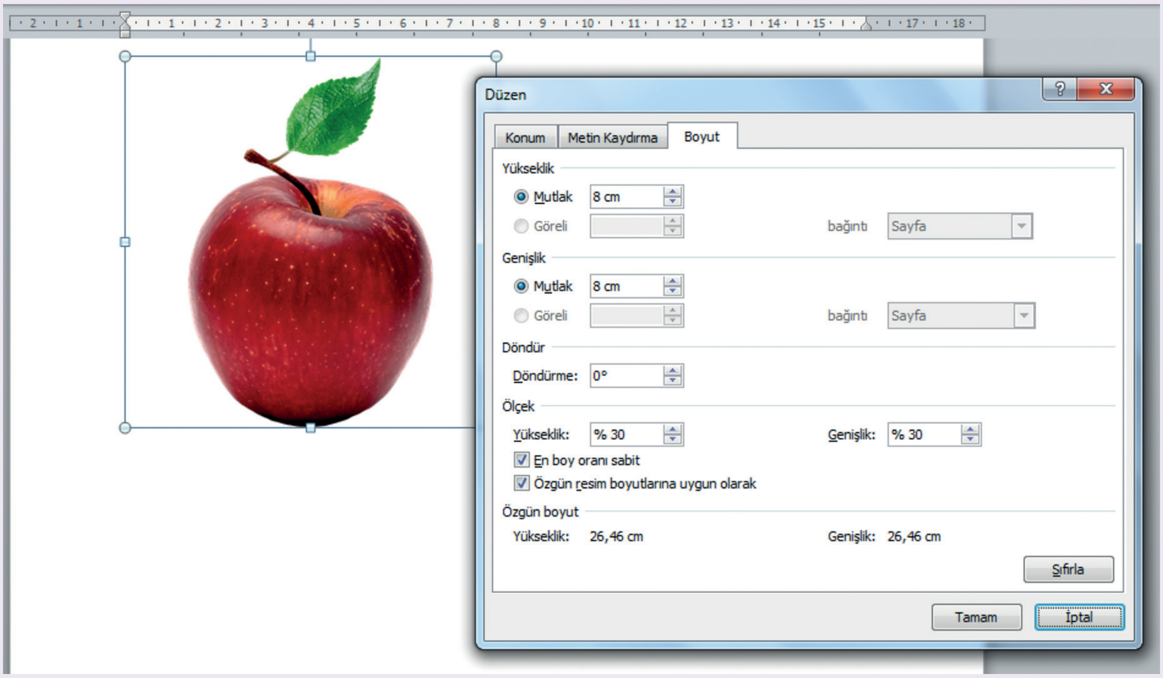
TEKNOLOJİ

- İnternetten herhangi bir nesnenin resmini bulalım. Resmi bilgisayarımızın masaüstüne kaydedelim. Yeni bir Word belgesi açalım ve resmimizi tutup belgenin içine atalım. Kullandığımız farenin sağ tuşuna basalım ve “Boyut ve konum” komutuna tıklayalım. Ekranda beliren sekmeyi inceleyelim (1. şekil). “En boy oranı sabit” ve “Özgün resim boyutlarına uygun olarak” kutucuklarının seçili olduğunu kontrol edelim.

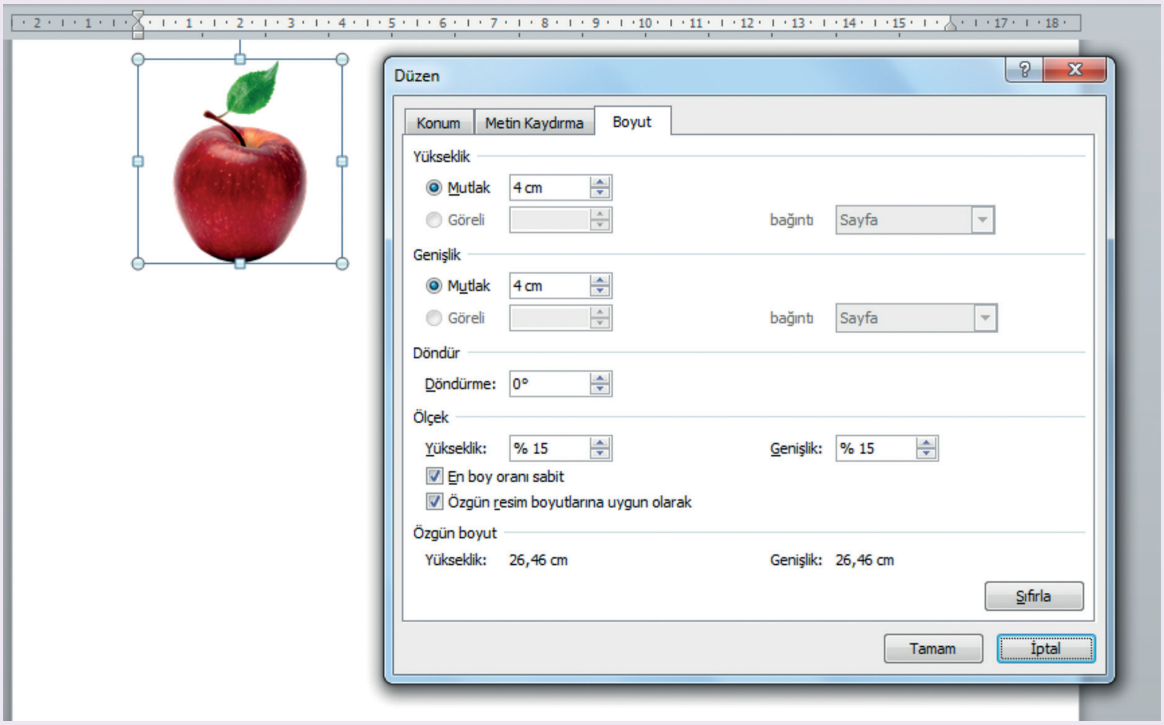


1. şekil

- Resmin ölçek değerlerini okuyalım. Ölçek değerlerinin birini örneğin yükseklik değerini azaltalım. Böylece başlangıçta kaydettiğimiz resmin küçültülmüşlerini elde edelim (2 ve 3. şekil).



2. şekil

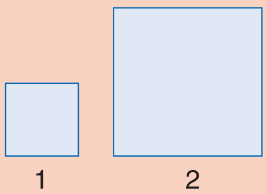


3. şekil

- Resmin ölçek değerlerini değiştirdiğinizde mutlak yükseklik ve mutlak genişlik değerleri de değişiyor mu? Aynı oranda mı değişiyor? Kontrol ediniz.
- Seçtiğiniz resmin büyütülmüşünü elde etmek için ne yapmalısınız? Arkadaşlarınızla paylaşınız.

BİLGİ

Benzer iki şeklin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.



Örneğin yukarıdaki karelerin kenar uzunlukları 1 birim ve 2 birimdir.

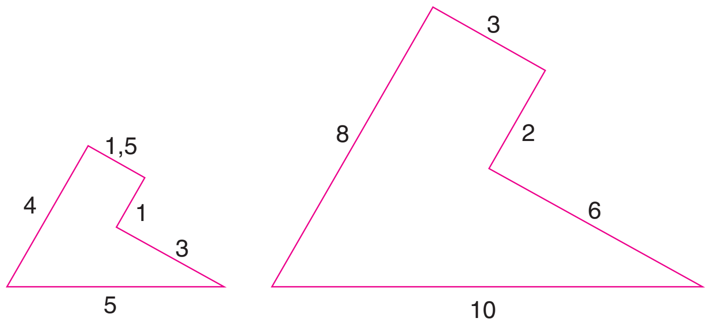
Buna göre bu iki karenin;

- Benzerlik oranı 2,
- Alanları oranı $2^2 = 4$ tür.

Bu özellik geometrik olmayan şekiller için de geçerlidir.

ÖRNEK

Aşağıdaki şekiller birer karton parçasını modellemektedir. Verilen benzer iki şekilden büyük şeklin her kenar uzunluğu, küçük şekilde bu kenara karşılık gelen kenarın uzunluğunun 2 katıdır. Buna göre "Bu karton parçalarından biri diğerinin iki katı büyüklüğündedir." ifadesini irdeleyelim.



Çözüm

Şekillerin büyüklüğü şeklin çevrelediği alan olarak değerlendirildiği için ve büyük şeklin alanı küçük şeklin alanının 4 katı (benzerlik oranının karesi) olduğundan verilen ifade doğru değildir. İfade, belirtilmek istenen duruma uygun değildir.

ÖRNEK

$\dfrac{1}{1\,200\,000}$ ölçekli bir haritada alanı $1\ cm^2$ olan gölün gerçek alanı kaç km^2 dir? Bulalım.

Çözüm

Gerçek göl ile haritadaki gölün benzerlik oranı haritanın ölçeğine eşittir. Daha açık bir deyişle, gerçek gölün herhangi iki noktası A ve B, bu iki nokta arasındaki uzaklık $|AB| = p$ ve haritada bu noktalara karşılık gelen A′ve B′ noktaları için $|A'B'| = k$ olmak üzere

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{p}{k} = 1\,200\,000 \text{ dir.}$$

Gölün gerçek alanı S_1, gölün haritadaki alanı S_2 olmak üzere ve "Benzer iki şeklin alanları oranı, benzerlik oranının karesine eşittir." önermesi gereğince

$$\frac{S_1}{S_2} = (1\,200\,000)^2 \text{ olur.}$$

Problemde haritadaki gölün alanı $1\ cm^2$ verildiğinden S_2 yerine 1 yazıp S_1 değerini bulalım.

$$\frac{S_1}{1} = (1\,200\,000)^2 \Rightarrow S_1 = (1\,200\,000)^2\ cm^2$$
$$= (12 \cdot 10^5)^2\ cm^2$$
$$= 144 \cdot 10^{10}\ cm^2$$
$$= 144\ km^2 \text{ bulunur.}$$

O hâlde gölün gerçek alanı $144\ km^2$ dir.

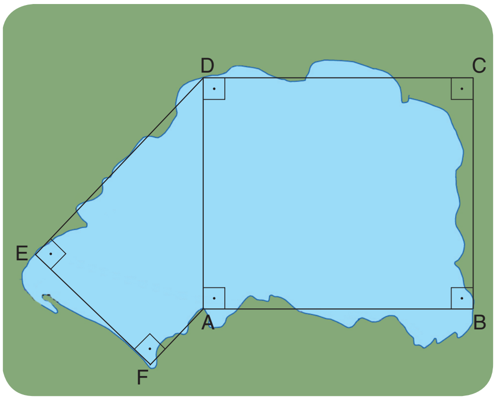
ÖRNEK

Manyas Gölü'nün gerçek alanı 160 km^2 olduğuna göre, yandaki haritanın hangi oranda küçültülmüş olduğunu (ölçeğini) bulalım.



Çözüm

Haritadaki Manyas Gölü'nü yandaki gibi ABCD dikdörtgensel ve AFED dik yamuksal bölgelerine ayıralım. Bu bölgelerin alanları toplamı, haritadaki Manyas Gölü'nün alanına yaklaşık olarak eşittir.



Cetvel yardımıyla uzunlukları ölçersek (yaklaşık olarak)

$|AB| = 3,5$ cm

$|BC| = 3$ cm

$|AF| = 1$ cm

$|FE| = 2$ cm

$|ED| = 3$ cm buluruz.

ABCD dikdörtgensel bölgesinin alanı, $|AB| \cdot |BC| = 3,5 \cdot 3$

$= 10,5 \text{ cm}^2$ dir.

AFED dik yamuksal bölgesinin alanı, $\dfrac{(|AF| + |ED|) \cdot |FE|}{2} = \dfrac{(1+3) \cdot 2}{2}$

$= 4 \text{ cm}^2$ dir.

Haritadaki Manyas Gölü'nün alanı, $A(ABCD) + A(AFED) = 10,5 + 4$

$= 14,5 \text{ cm}^2$ dir.

$$\frac{\text{Gerçek alan}}{\text{Haritadaki alan}} = \frac{160 \text{ km}^2}{14,5 \text{ cm}^2}$$

$$= \frac{160}{14,5} \cdot 10^{10}$$

$$\approx 11 \cdot 10^{10} \text{ dir.}$$

$160 \text{ km}^2 = 160 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2$ dir.

Haritanın küçültme oranı, $\sqrt{11 \cdot 10^{10}} = \sqrt{11} \cdot 10^5$

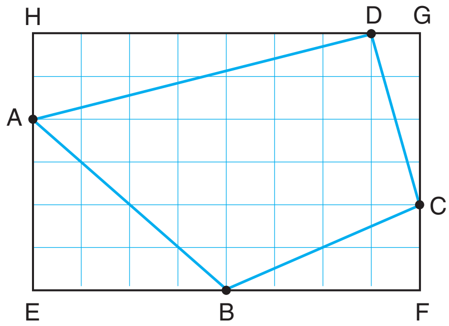
$\approx 3,5 \cdot 10^5 = 350\ 000$ dir.

Haritanın ölçeği yaklaşık olarak $\dfrac{1}{350\ 000}$ dir.

ÖRNEK

Birimkareler üzerine çizilmiş yandaki ABCD dörtgeni bir tarlanın $\frac{1}{1000}$ ölçekle çizilmiş şeklidir.

Buna göre tarlanın alanını ve çevre uzunluğunu bulalım.



Çözüm

- ABCD dörtgeninin alanını bulalım.

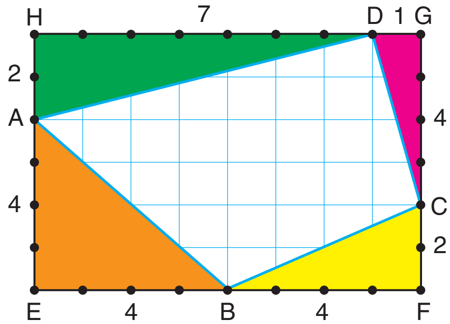
$\text{Alan}(EFGH) = |EF| \cdot |FG| = 8 \cdot 6 = 48$

$\text{Alan}(\widehat{AEB}) = \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot |EB| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$

$\text{Alan}(\widehat{BFC}) = \frac{1}{2} \cdot |BF| \cdot |FC| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$

$\text{Alan}(\widehat{CGD}) = \frac{1}{2} \cdot |CG| \cdot |GD| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$

$\text{Alan}(\widehat{DHA}) = \frac{1}{2} \cdot |DH| \cdot |HA| = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2 = 7$



$\text{Alan}(ABCD) = 48 - (8 + 4 + 2 + 7)$

$= 48 - 21$

$= 27$ birimkare bulunur.

Şekil $\frac{1}{1000}$ ölçekle çizildiği için tarlanın alanı $27 \cdot (1000)^2 = 27\ 000\ 000$ birimkare bulunur.

- ABCD dörtgeninin çevre uzunluğunu bulalım.

$|AB| = \sqrt{|AE|^2 + |EB|^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

$|BC| = \sqrt{|BF|^2 + |FC|^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

$|CD| = \sqrt{|CG|^2 + |GD|^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$

$|DA| = \sqrt{|DH|^2 + |HA|^2} = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$

$\text{Çevre}(ABCD) = \sqrt{32} + \sqrt{20} + \sqrt{17} + \sqrt{53}$ birim bulunur.

Tarlanın çevresi gerçekte ABCD dörtgeninin çevresinin 1000 katıdır.

SIRA SİZDE

Tarlanın çevresini hesap makinesi yardımıyla yaklaşık olarak hesaplayınız.

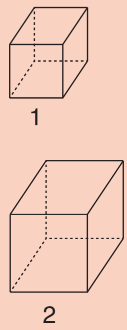
BİLGİ

Bir cisim ile bu cismin minyatür modeli benzerdir.

"Benzer iki cismin hacimleri oranı benzerlik oranının küpüne eşittir." Örneğin yandaki küplerin ayrıt uzunlukları 1 birim ve 2 birimdir.

Bu iki küpün benzerlik oranı $\frac{1}{2}$, hacimleri oranı ise $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ dir.

Bu özellik geometrik olmayan cisimler için de geçerlidir.



ÖRNEK

Miniatürk, diğer bir ifadeyle Minyatür Türkiye Parkı ve Müzesi, İstanbul tarihi yarımadada Haliç kıyılarında Sütlüce'de bulunmaktadır. Adından da anlaşılacağı gibi Miniatürk, pek çok Avrupa ülkesinde de olduğu gibi bu topraklarda hüküm sürmüş medeniyetlerden günümüze kalan eser ve yapıtların minyatür maketlerinin sergilendiği bir açık hava müzesidir. 60 000 metrekarelik bir alanda kurulu bulunan Miniatürk, dünyanın en geniş alanına kurulmuş minyatür parkıdır.



Miniatürk'te, Türkiye ve Osmanlı coğrafyasından seçilen 134 mimari eserin $\frac{1}{25}$ oranına küçültülmüş minyatür modelleri yer almaktadır.

Bir eserin Miniatürk'te yer alan modelinin hacmi $3{,}2\ m^3$ olsun. Bu eserin gerçeğinin hacmini bulalım.

Çözüm

Eserin minyatür modelinin hacmi V_1, gerçeğinin hacmi V_2 olsun.

"Benzer iki cismin hacimleri oranı benzerlik oranının küpüne eşittir." önermesi gereğince

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{1}{25}\right)^3 = \frac{1}{25^3}$$

olur. Problemde minyatür modelinin hacmi $3{,}2\ m^3$ verildiğinden V_1 yerine 3,2 yazalım.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3{,}2}{V_2} = \frac{1}{25^3}$$

$$\frac{3{,}2}{V_2} = \frac{1}{15\ 625} \Rightarrow V_2 = 3{,}2 \cdot 15\ 625$$

$$= 50\ 000$$

O hâlde eserin gerçeğinin hacmi $50\ 000\ m^3$ tür.

ÖRNEK

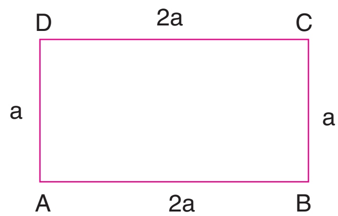
Zamanında bir kral bir şehrin etrafını surlarla çevirmek ister. Bu işi yapacak ustaların ellerinde belli yükseklikte 3150 metre uzunluğunda duvar örecek kadar malzeme vardır. Ustalar, en fazla alanı çevreleyebilmek için şehrin çevresini hangi geometrik şekil biçiminde yapmalılar (Kare, dikdörtgen, paralelkenar veya çember biçiminde.)? Açıklayalım.



Çözüm

- Şehrin çevresi, boyu eninin 2 katı uzunluğunda olan dikdörtgen biçiminde olsun.

Yandaki şekilden çevre, $Ç = 6a$ olur.



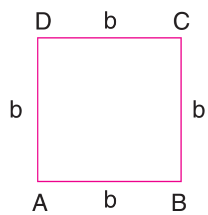
$$6a = 3150 \Rightarrow a = 525 \text{ metre}$$
$$\Rightarrow 2a = 1050 \text{ metre olur.}$$

Buna göre çevrelenebilecek alan,

$$S = a \cdot 2a = 525 \cdot 1050$$
$$= 551\ 250 \text{ m}^2$$

- Şehrin çevresi kare biçiminde olsun.

Yandaki şekilden çevre, $Ç = 4b$ olur.



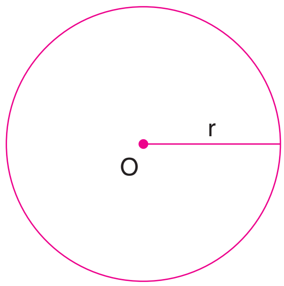
$$4b = 3150 \Rightarrow b = 787{,}5 \text{ metre olur.}$$

Buna göre çevrelenebilecek alan,

$$S = b \cdot b = 787{,}5 \cdot 787{,}5$$
$$= 620\ 156{,}25 \approx 620\ 000 \text{ m}^2$$

- Şehrin çevresi çember biçiminde olsun.

Yandaki şekilden çevre, $Ç = 2\pi r$ olur.



$$2\pi r = 3150 \Rightarrow 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \approx 3150$$
$$\Rightarrow r \approx \frac{3150}{6{,}28}$$
$$\Rightarrow r \approx 500 \text{ m}$$

Buna göre çevrelenebilecek alan,

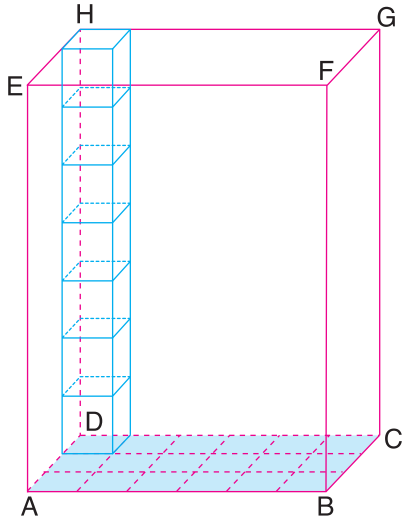
$$S = \pi r^2 \approx 3{,}14 \cdot (500)^2$$
$$\approx 3{,}14 \cdot 250\ 000$$
$$\approx 785\ 000 \text{ m}^2$$

$$\underset{\left(\begin{array}{c}\text{Dikdörtgenin}\\ \text{alanı}\end{array}\right)}{551\ 250} < \underset{\left(\begin{array}{c}\text{Karenin}\\ \text{alanı}\end{array}\right)}{620\ 000} < \underset{\left(\begin{array}{c}\text{Dairenin}\\ \text{alanı}\end{array}\right)}{785\ 000}$$

O hâlde şehrin çevresi çember biçiminde yapılmalıdır.

ÖRNEK

Yandaki şekilde tabanda kesikli çizgilerle belirtilen her dörtgen bir karedir. $[DH]$ ayrıtı boyunca üst üste yerleştirilmiş küçük küplerden her birinin hacmi $2\sqrt{2}$ br^3 tür. ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç br^3 tür? Bulalım.



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin $[AB]$ kenarı üzerinde 6 kare, $[BC]$ kenarı üzerinde 3 kare vardır. Çarpma kuralı gereğince tabana yerleştirilebilecek küp sayısı,

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ tanedir.}$$

Şekle göre, ABCDEFGH prizmasının $[DH]$ ayrıtı boyunca üst üste 7 tane küp yerleştirilmiştir. Tabanda bulunan 18 küpün her biri şekildeki gibi yedişer küplük sütunlar hâline getirebileceğinden prizmanın içine yerleştirilebilecek küp sayısı,

$$18 \cdot 7 = 126 \text{ tanedir.}$$

Her bir küpün hacmi $2\sqrt{2}$ br^3 olduğundan 126 küpün toplam hacmini bulalım.

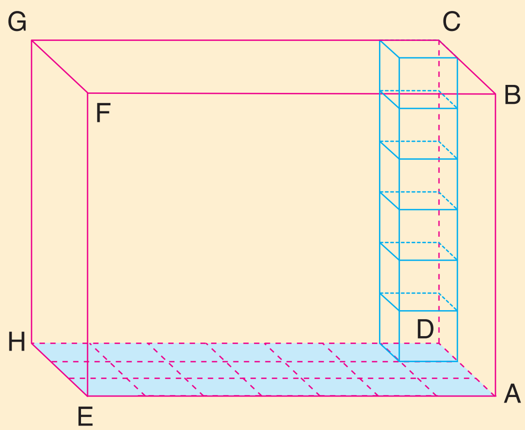
$$126 \cdot 2\sqrt{2} = 252\sqrt{2}$$

O hâlde dikdörtgenler prizmasının hacmi $252\sqrt{2}$ br^3 tür.

Bu yaptığımız işlemler aslında bir saymadır. ABCDEFGH prizmasının içine verilen küplerden kaç tane yerleştirilebileceğini sayarak bulduk. Aynı işlem sonucunda prizmanın hacmini de elde etmiş (ölçmüş) olduk.

SIRA SİZDE

Yukarıdaki ABCDEFGH dikdörtgenler prizması modelini, tabanı HEAD dikdörtgeni olacak biçimde yandaki gibi çizelim. Örnekte yapılan işlemleri tekrarlayarak dikdörtgenler prizmasının içine yerleştirilebilecek küp sayısını hesaplayınız.

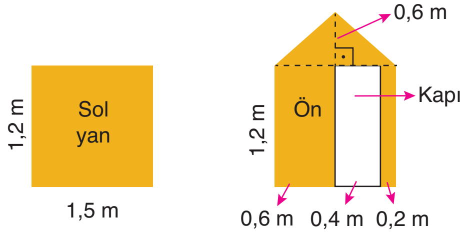


ÖRNEK



Nihal'in Barut isimli bir köpeği vardır. Nihal, Barut'un yanda görünen kulübesinin çatısı hariç dış yüzlerini boyamak istiyor. Boyacıdan, 1 m^2 lik alanı boyamak için 100 g boya alması gerektiğini öğreniyor.

Kulübenin dört yüzüne ait uzunluklar aşağıda verilmiştir.



Bu iş için Nihal kaç gram boya almalıdır? Bulalım.

Çözüm

Boyanacak kısımların alanlarını hesaplayalım.

Sol yan alanı, $1,5 \cdot 1,2 = 1,8 \ m^2$

Sağ yan alanı, $1,8 \ m^2$

Arka üst üçgen, $\dfrac{0,6 \cdot 1,2}{2} = 0,36 \ m^2$

Ön üst üçgen, $0,36 \ m^2$

Arka kare, $1,2 \cdot 1,2 = 1,44 \ m^2$

Ön sol dikdörtgen, $0,6 \cdot 1,2 = 0,72 \ m^2$

Ön sağ dikdörtgen, $0,2 \cdot 1,2 = 0,24 \ m^2$

Boyanacak toplam alan $1,8 + 1,8 + 0,36 + 0,36 + 1,44 + 0,72 + 0,24 = 6,72 \ m^2$

Boyanacak alan $6,72 \ m^2 \approx 7 \ m^2$ dir. Alınacak boya yaklaşık $7 \cdot 100 = 700$ gramdır.

ÖRNEK



Yanda ayrıt uzunlukları 4 cm, 5 cm ve 6 cm olan dikdörtgenler prizması biçiminde bir kutu verilmiştir. Bu kutuyu paketlemek için en az kaç cm^2 kâğıda ihtiyaç vardır? Bulalım.

Çözüm

Kutunun yüzey alanı, $2 \cdot (6 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 4) = 2 \cdot (30 + 20 + 24)$

$= 2 \cdot 74$

$= 148 \ cm^2$ dir.

O hâlde kutuyu paketlemek için en az $148 \ cm^2$ kâğıda ihtiyaç vardır.

SIRA SİZDE

Şekildeki kutuyu çevrelemek için kullanılan şeridin uzunluğunu bulunuz (Kurdele için kullanılan şeridin uzunluğunu 30 cm olarak alınız.).

ÖRNEK

Ayrıtları 3 m, 12 m ve 18 m olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir deponun içine saman balyaları konacaktır. Depo sahibi saman balyalarını ayrıtları 1 m, 1,2 m ve 0,9 m olan dikdörtgenler prizması biçiminde hazırlamaktadır. Depo sahibi depoya en çok kaç saman balyası yerleştirebilir? Bulalım.



Çözüm

Deponun hacminin (V_1), bir saman balyasının hacmine (V_2) oranı, bize depoya yerleştirilebilecek en fazla balya sayısını verecektir.

$$V_1 = 3 \cdot 12 \cdot 18 = 648 \text{ m}^3$$

$$V_2 = 1 \cdot 1,2 \cdot 0,9 = 1,08 \text{ m}^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{648}{1,08} = 600$$

Buna göre depoya en fazla 600 saman balyası yerleştirebiliriz. Ancak deponun 3 metrelik kenarına saman balyalarının 1 metrelik kenarı, deponun 12 metrelik kenarına balyanın 1,2 metrelik kenarı ve deponun 18 metrelik kenarına balyanın 0,9 metrelik kenarı denk gelmelidir (paralel olmalıdır.). Aksi hâlde depoya 600 balya yerleştirilemeyebilir.

ÖRNEK

Ayşe, yanda dm olarak ayrıtları verilen dikdörtgenler prizması biçimindeki akvaryumunu, 19 litrelik damacanalarda dinlendirdiği su ile doldurmak istiyor.

Buna göre Ayşe'nin akvaryumu tam olarak doldurabilmesi için en az kaç damacana suya ihtiyacı vardır? Bulalım.



Çözüm

Akvaryumun hacmini bulalım.

$$V = 7 \cdot 5 \cdot 6 = 210 \text{ dm}^3$$
$$= 210 \text{ litre}$$

> $1 \text{ dm}^3 = 1$ litredir.

Gerekli damacana sayısını bulalım.

$$\frac{210}{19} \approx 11,05$$

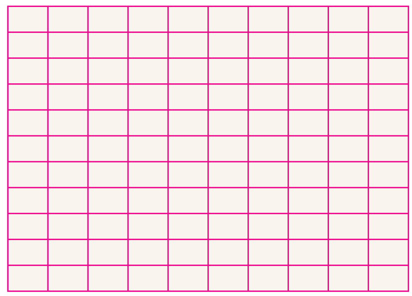
O hâlde Ayşe'nin akvaryumu doldurabilmesi için en az 12 damacana suya ihtiyacı vardır.

ÖRNEK



Kenar uzunlukları 165 cm ve 200 cm olan dikdörtgen biçimindeki bir banyonun tabanına fayans kaplanacaktır. Dikdörtgen biçimindeki fayansların kenar uzunlukları 20 cm ve 15 cm'dir. Buna göre fayansları parçalamadan kullanmak üzere kaç fayansa ihtiyaç vardır? Önce hesap yapmadan tahminde bulunup sonra kaç fayansa ihtiyaç olduğunu hesaplayalım.

Çözüm



Aşağıdaki işlemleri zihinden yaparak gerekli fayans sayısını tahmin edelim.

Banyo'nun 165 cm'lik kenarına fayansların 15 cm'lik kenarları denk gelecek biçimde

$$165:15=11$$

fayans yerleştirebiliriz.

Banyonun 200 cm'lik diğer kenarına fayansların 20 cm'lik kenarları denk gelecek biçimde

$$200:20=10$$

fayans yerleştirebiliriz.

Tüm banyo için gerekli toplam fayans sayısı,

$$10\cdot 11=110$$

tanedir.

Aynı problemi banyo tabanının alanını ve bir fayansın alanını hesaplayarak çözelim.

Banyo tabanının alanı,

$$165\cdot 200=33\ 000\ \text{cm}^2$$

Bir fayansın alanı,

$$15\cdot 20=300\ \text{cm}^2\ \text{dir.}$$

Banyo için gerekli fayans sayısı,

$$\frac{33\ 000}{300}=110\ \text{tanedir.}$$

(İkinci yolla yaptığımız çözümde fayansların parçalanmadan kullanılması koşulu göz önüne alınmamıştır.)

ÖRNEK



Hacmi $729\ cm^3$ olan bir küpün köşesinden şekildeki gibi hacmi $27\ cm^3$ olan küp çıkartılıyor. Buna göre kalan cismin hacmi ve yüzey alanı ile verilen küpün hacmini ve yüzey alanını karşılaştıralım.

Çözüm

Kesilen küpün hacmi $27\ cm^3$ olduğundan verilen büyük küpün hacmi $27\ cm^3$ azalır. Yani geriye kalan cismin hacmi, $729 - 27 = 702\ cm^3$ olur. Alanı ise değişmez. Çünkü küçük küpü çıkardığımızda oluşan boşluğun üç yüzünün alanı, çıkardığımız küçük küpün üç yüzünün alanına eşittir.

ÖRNEK



Yanda verilen kare prizma biçimindeki mumun bir taban ayrıtının uzunluğu 10 cm, yüzey alanı ise 1080 cm^2 dir. Mumun tabanı rafın tabanında olmak üzere bu mumlar, yüksekliği 25 cm olan raflara sığar mı? Araştıralım.

Çözüm

Mumun yüksekliğini bulalım.

$$1080 = 2\cdot10^2 + 4\cdot(10\cdot h) = 2\cdot100 + 4\cdot(10\cdot h)$$

$$1080 - 200 = 4\cdot(10\cdot h)$$

$$880:4 = 10\cdot h$$

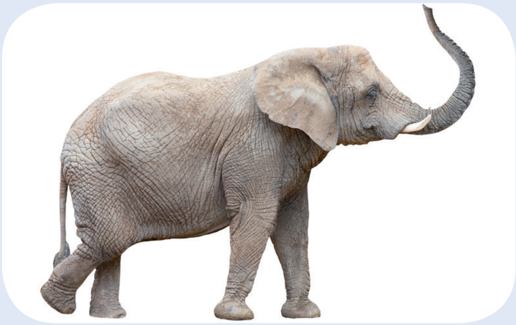
$$h = \frac{220}{10} = 22\ cm$$

Rafta $25 - 22 = 3\ cm$ boşluk kalacağından mumlar raflara sığacaktır.

PROJE

Aşağıda üst düzey düşünme becerilerinizi geliştirecek iki problem verilmiştir. Bu problemlerden birini seçiniz. Seçtiğiniz problemin çözümü için gereken bilgileri derleyip yaklaşık sonuçlar bulunuz.





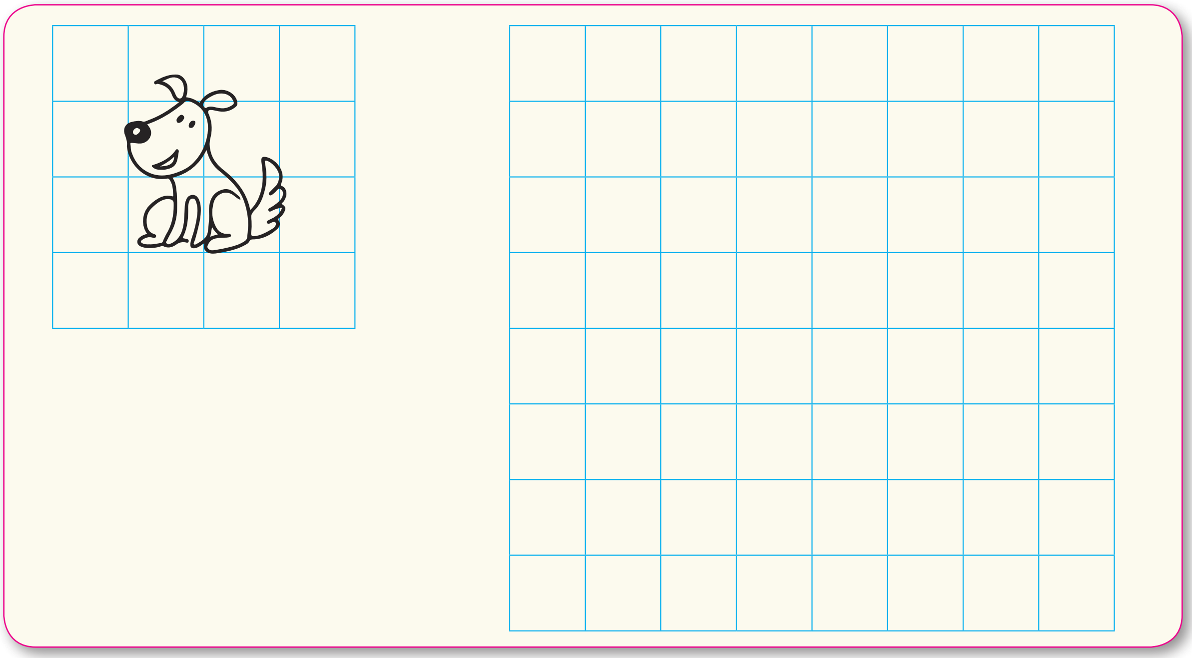
1. Ağrı Dağı’nın hacmi kaç kilometre küptür?
2. Bir file elbise dikmek için kaç metre kumaş gerekir?

ALIŞTIRMALAR

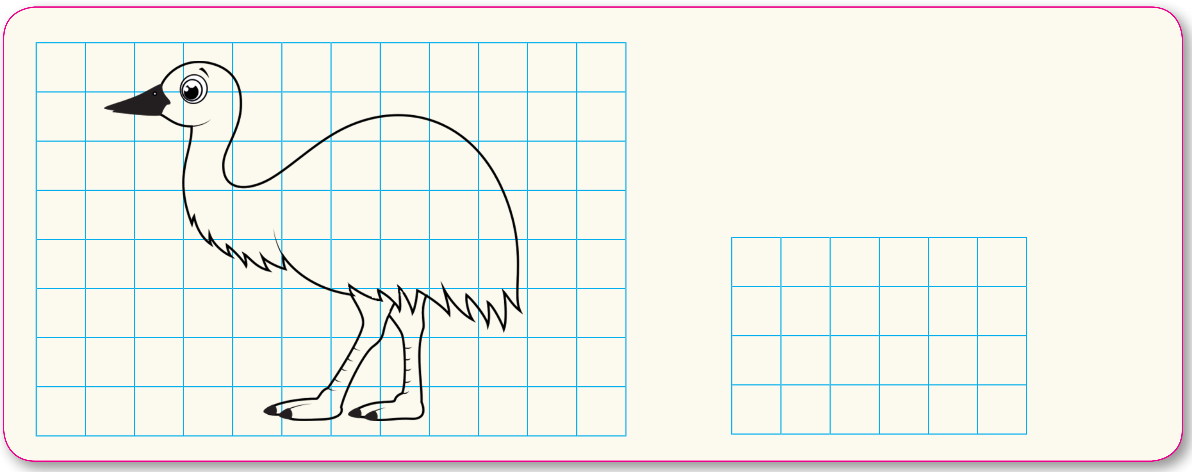
1. Yanda, ölçüsü $\frac{1}{10}$ oranında küçültülmüş bisiklet tekerleği fotoğrafı görülmektedir. Bisiklet tekerleğinin (gerçeğinin) çevresi kaç cm'dir (Yandaki şeklin yarıçap uzunluğu yaklaşık 1 cm'dir.)?



2. Aşağıdaki şeklin 2 katı büyüklükteki kopyasını çiziniz.

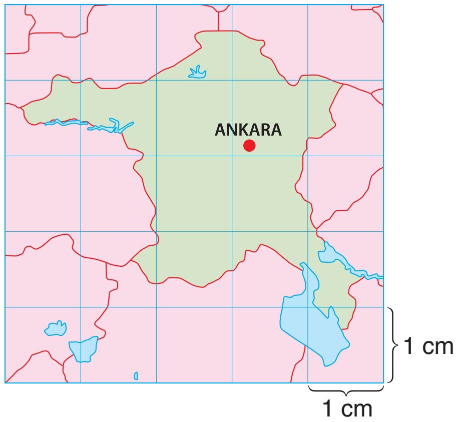


3. Aşağıdaki şeklin $\frac{1}{2}$ oranında küçültülmüş kopyasını çiziniz.



4. Yandaki haritadan Ankara ilinin kapladığı alanı birim karelerden yararlanarak (yaklaşık olarak) bulup haritanın ölçeğini yaklaşık olarak hesaplayınız.

(Ankara ilinin yüzölçümü 25 430 km^2 dir.)



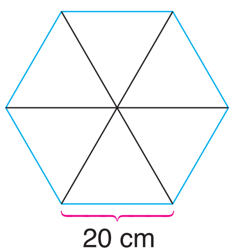
5. Muğla ilinin ölçeği bilinen bir haritasını alınız. Aşağıdaki boşlukları doldurarak problemi oluşturunuz.

Gerçekte alanı 1582 km^2 olan Muğla ilinin haritadaki alanı ..... cm^2 dir. Haritada Bodrum ilçesiyle Muğla merkezinin uzaklığı ..... cm olduğuna göre bu uzaklık (Bodrum ile Muğla merkezinin) kaç km'dir?

6. Bir çiftçi koyunlarını beslediği alanı çevrelemek istiyor. Bu iş için çiftçinin 36 m uzunluğunda bir çiti vardır. Çiftçinin çevreleyebileceği en büyük alan kaç m^2 dir?

7. Kenar uzunlukları 5 m ve 6 m olan dikdörtgen şeklindeki bir duvar kâğıtla kaplanacaktır. Duvarda kenar uzunlukları 40 cm ve 110 cm olan dikdörtgen şeklinde iki pencere olduğuna göre kaç m^2 kâğıda ihtiyaç vardır?

8. Yandaki şekilde 6 eş üçgensel bölgeden oluşan bir uçurtma verilmiştir. Bu uçurtmanın bir yüzünü kaplamak için en az kaç cm^2 kaplama malzemesi gerekir?

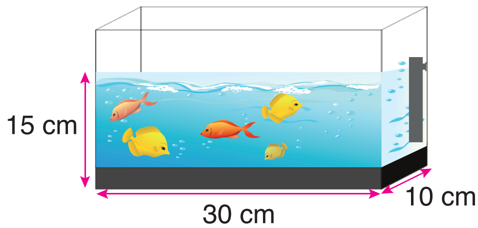


9. Bir evin, kenar uzunlukları 7 m ve 5 m olan ve dikdörtgen biçimindeki salonu (şöminenin önünde yer alan bölge hariç) halı ile kaplanacaktır. Şömine için ayrılan dikdörtgen biçimindeki bölgenin kenar uzunlukları 2 m ve 1,5 m'dir.

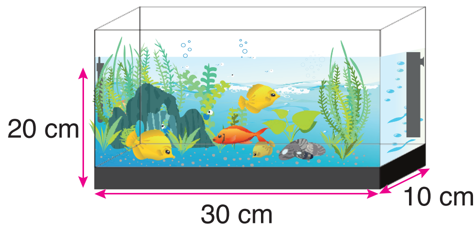


Buna göre halı kaplanacak alan kaç m^2 dir? 1 m^2 halı kaplamanın maliyeti (işçilik dahil) 25 TL olduğuna göre bu iş için kaç TL ödenecektir?

10. Sevda'nın akvaryumu dikdörtgenler prizması biçimindedir. Akvaryumun tabanının kenar uzunlukları 30 cm ve 10 cm'dir. Sevda, bitkileri ve taşları yerleştirmeden önce akvaryumdaki su seviyesinin 15 cm olduğunu görmüştür (1. şekil). Bitkileri ve taşları yerleştirdikten sonra ise suyun 5 cm yükseldiğini görmüştür (2. şekil).



1. şekil



2. şekil

Buna göre akvaryumun içine yerleştirilen bitkilerin ve taşların toplam hacmi kaç cm^3 tür?

11. Bir tezgâhta sırasıyla 250 mL, 500 mL ve 750 mL su alabilen üç tür ölçü kabı vardır. Bu kaplar her seferinde tam olarak suyla doldurularak çeşitli dolum işleri yapılmaktadır.

a. 3500 mL'lik bir şişe, ölçü kaplarıyla en az kaç seferde doldurulabilir?

b. 15 litrelik bir kova, 250 mL ve 500 mL'lik ölçü kapları kullanılarak dolduruluyor. Dolum işi için bu kaplar toplam 44 defa kullanılıyor. Buna göre 250 mL'lik ölçü kabı kaç defa kullanılmıştır?

c. Bir kovanın yarısı suyla doludur. Kovaya 500 mL'lik kap ile 5 defa su konulduğunda kovanın $\frac{1}{3}$ ü boş kalıyor. Buna göre kova boşken kaç litre su almaktadır?

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

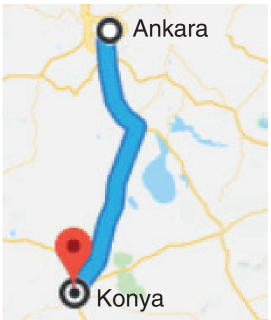
1. Ölçeği 1 : 250 000 olan bir harita 1,28 cm ölçülen bir uzaklık gerçekte kaç km'dir?

A) 2,5 B) 2,7 C) 3 D) 3,2 E) 3,6

2. 1 : 1 500 000 ölçekli bir harita A ve B yerleşim yerleri arasındaki uzaklık 12 cm ölçülüyor. Buna göre 1 : 2 000 000 ölçekli bir haritada aynı uzaklık kaç cm ölçülür?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 15 E) 18

3. Ankara ile Konya illeri arasındaki uzaklık yaklaşık 260 km'dir. Yanda verilen harita üzerinden bu uzaklık yaklaşık 5,2 cm ölçülüyor. Buna göre haritanın ölçeği aşağıdakilerden hangisidir?



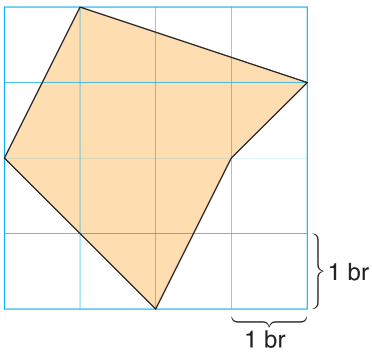
A) $\frac{1}{2\ 000\ 000}$ B) $\frac{1}{2\ 500\ 000}$ C) $\frac{1}{5\ 000\ 000}$

D) $\frac{1}{8\ 000\ 000}$ E) $\frac{1}{10\ 000\ 000}$

4. Bir şeklin 3 kat büyütülmüşünün alanı, 2 kat küçültülmüşünün alanının kaç katıdır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

5. Yanda birimkareler üzerine çizilmiş bir şekil verilmiştir. Bu şeklin 3 kat büyütülmüşünün alanı kaç birimkaredir?



A) 54 B) 65 C) 72

D) 78 E) 81

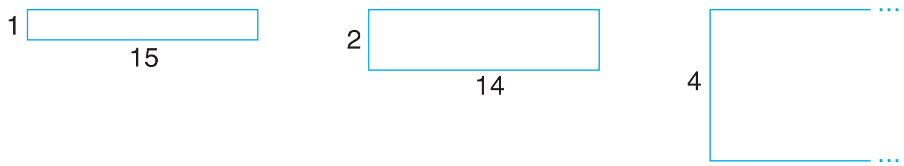
6. Hacmi $6400\ m^3$ olan bir cismin $\frac{1}{20}$ oranında küçültülmüş minyatür modeli yapılmıştır. Bu minyatür modelin hacmi kaç m^3 tür?

A) 0,8 B) 1 C) 1,6 D) 2 E) 2,4

7. 20 sürahi su alan bir fıçının dibindeki musluk tam açıkken 1 sürahi 10 saniyede doluyor. Dolu bir fıçı, musluk tam açılınca kaç saniyede boşalır?

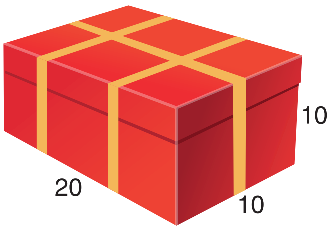
A) 360 B) 300 C) 280 D) 240 E) 200

8. Çevre uzunlukları 32 cm olan dikdörtgenler çiziniz. Alanı en büyük dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir (Aşağıdaki şekillerden yararlanarak kenar uzunluklarını tam sayı alarak deneyiniz.)?



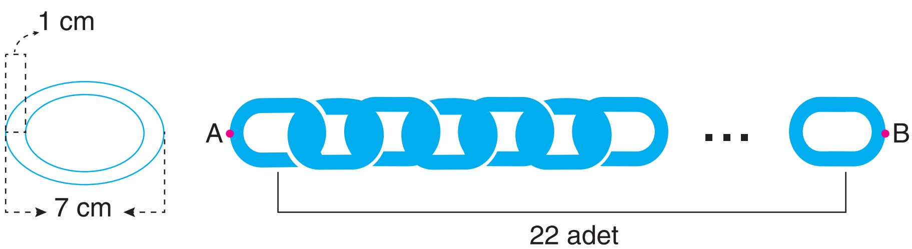
A) 60 B) 62 C) 64 D) 68 E) 72

9. Kare dik prizma biçiminde olan şekildeki hediye paketinin ayrıt uzunlukları cm türünden verilmiştir. Şekildeki bağlayışa göre kullanılan ipin uzunluğu kaç cm'dir?



A) 130 B) 140 C) 150 D) 160 E) 180

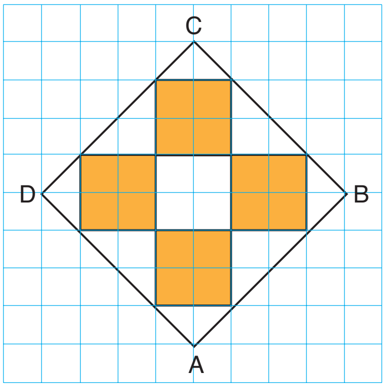
10.



Elips biçimindeki bir zincir halkasının kalınlığı 1 cm, en uzak iki noktası arasındaki uzaklık ise 7 cm'dir. Bu halkalardan 22 tanesi şekildeki gibi iç içe geçirilerek bir zincir elde ediliyor. Bu zincir gerilerek en uzun boyuna ulaştığında en uzak iki noktası A ve B oluyor. Buna göre A ile B noktaları arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

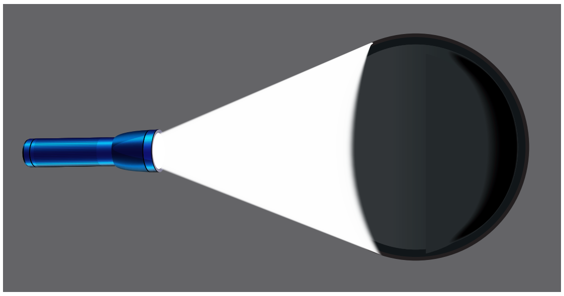
A) 96 B) 98 C) 100 D) 108 E) 112

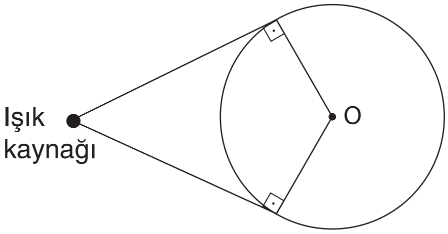
11. Yanda verilen ABCD karesinin alanının % kaçı boyalıdır (Kitap zeminindeki karelerden yararlanabilirsiniz.)?



A) 40 B) 50 C) 55 D) 60 E) 75

12. Bir ışık kaynağı bir küre yüzeyinin üçte birini aydınlatmaktadır. Kürenin yarıçap uzunluğu r birim olduğuna göre ışık kaynağı kürenin merkezine kaç r birim uzaklıktadır (Yandaki şekilden yararlanınız.)?





A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

13. Kareli kâğıt üzerinde çizilmiş bir nesnenin alanı 54 birimkaredir. Bu cismin 3 kat küçültülmüşünün alanı kaç birimkaredir?

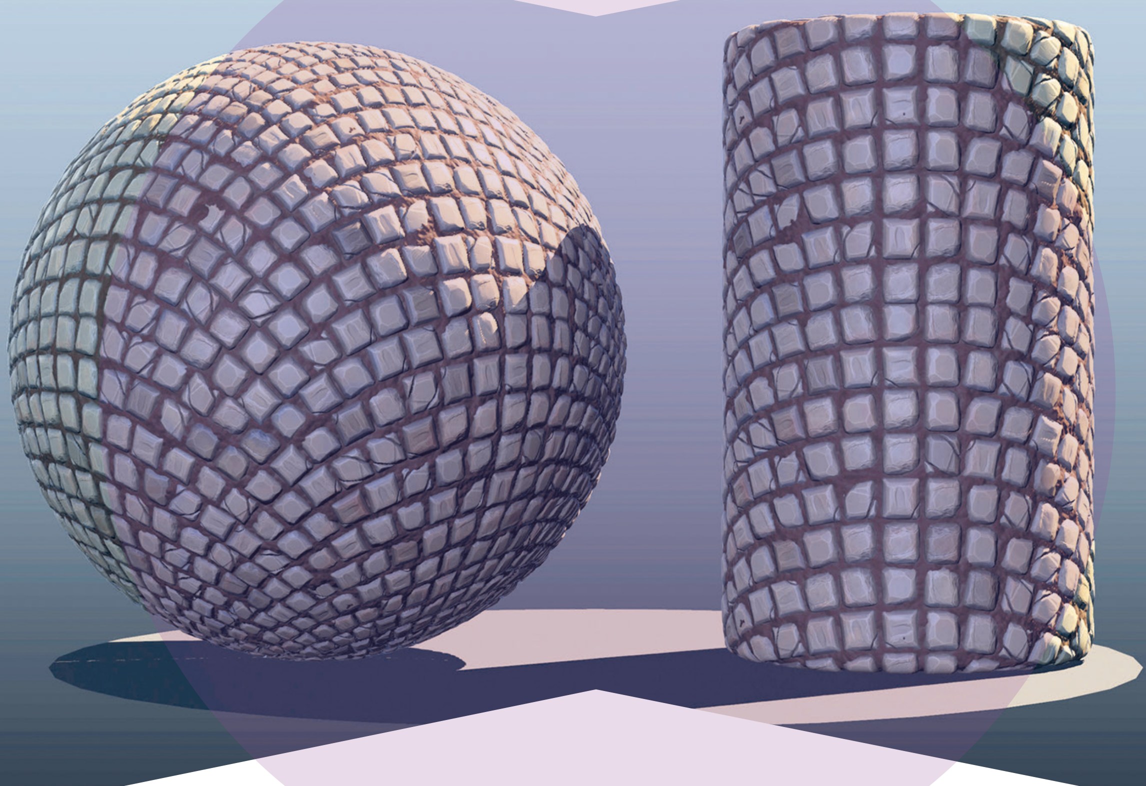
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

14. Silindir hacmi 1,8 litre olan bir otomobilin maketi yapılıyor. Maket otomobilin silindir hacmi $14,4\ cm^3$ olduğuna göre küçültme oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{12}$

4. ÜNİTE

KATI CİSİMLER



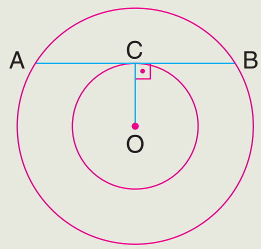
KÜRE VE SİLİNDİR

HAZIR MIYIZ?

1. Yarıçap uzunluğu 3 birim olan bir çemberin çevre uzunluğu kaç birimdir?

2. Yarıçap uzunluğu 10 birim olan bir dairenin alanı kaç birimkaredir?

3.



Yukarıda aynı merkezli iki çember verilmiştir. Büyük çemberin [AB] kirişi küçük çembere C noktasında teğettir.
$|AB| = 20$ birim olduğuna göre iki çember arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

4. Yarıçap uzunlukları a birim ve 3a birim olan iki dairenin alanları sırayla S_1 birimkare ve S_2 birimkaredir. $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

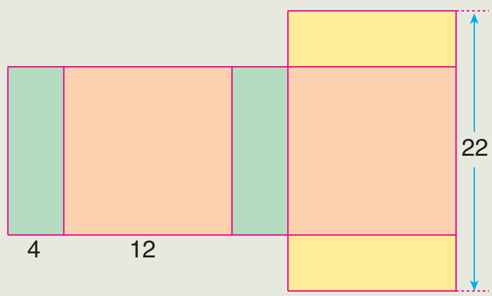
5. Taban alanı a birimkare ve yükseklik uzunluğu h birim olan bir piramidin hacmini veren bağıntıyı yazınız.

6. Bir dik prizmanın hacmi için aşağıda verilen ifadelerden doğru olanını işaretleyiniz.

- ☐ Taban alanı ile yükseklik uzunluğunun çarpımına eşittir.
- ☐ Taban alanı ile yükseklik uzunluğunun çarpımının $\frac{1}{3}$ üne eşittir.
- ☐ Taban çevresi ile yükseklik uzunluğunun çarpımına eşittir.

7. Bir ayrıtının uzunluğu a birim ve 3a birim olan iki küpün hacimleri sırasıyla V_1 birimküp ve V_2 birimküp olduğuna göre $\frac{V_1}{V_2}$ oranı kaçtır?

8. Aşağıdaki şekilde bir dikdörtgenler prizmasının açınımı ve bu açınımda bazı uzunluklar birim türünden verilmiştir. Prizmanın hacmi kaç birimküptür?



KÜRE VE SİLİNDİR

Küre ve Dik Dairesel Silindirin Alan ve Hacmini Ölçmeye Yönelik Problemler

Aşağıdaki cisimler dik dairesel silindire birer örnektir. İnceleyiniz. Siz de çevrenizden dik dairesel silindire örnekler veriniz.





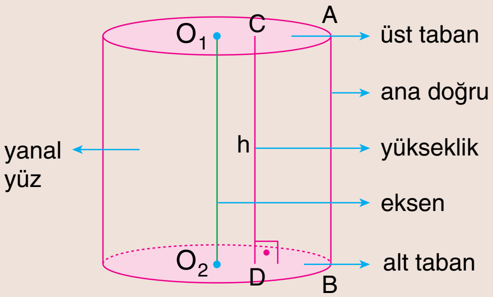


HATIRLAYALIM

Dairesel silindir, birbirine eş ve paralel daire biçiminde iki tabandan ve bir yanal yüzden oluşur.

Bir dairesel silindirin

- Tabanlarının merkezlerini birleştiren doğruya eksen denir ($[O_1O_2]$ doğru parçası).
- Tabanlarının karşılıklı iki noktasını birleştiren ve eksene paralel olan doğrulara ana doğru denir ($[AB]$ doğru parçası).
- Üst tabanının herhangi bir noktasından alt tabanına indirilen dikmeye, silindirin yüksekliği denir ve h ile gösterilir ($h = |CD| = |AB|$).



Ekseni tabanlarına dik olan dairesel silindirlere dik dairesel silindir denir.

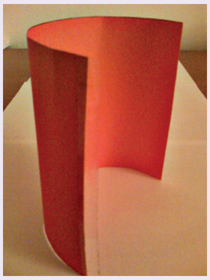
Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı

ETKİNLİK

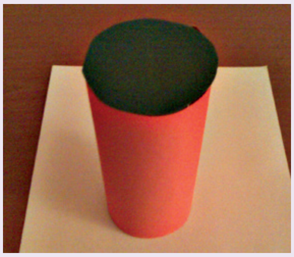
Araç ve gereçler: karton, ip makas, pergel, bant.

- Karton üzerine yarıçap uzunluğu r birim olan (örneğin $r = 3$ cm olsun.) iki eş daire çizelim. Daireleri keselim.
- Dairelerden birinin çevresine bir ip dolayalım. İpin uzunluğu dairenin çevresine eşit olacaktır.
- Bir kenarının uzunluğu ipin uzunluğuna eşit diğer kenarının uzunluğu h birim (örneğin $h = 5$ cm olsun.) olan bir dikdörtgen karton keselim.
- İpin uzunluğuna eşit olan kenar, taban çevresi olacak şekilde kartonu soba borusu biçiminde kıvıralım (1. şekil). Kartonun diğer kenarı borunun yüksekliği olacaktır.
- Kartonun gerekli yerlerinden bantla yapıştıralım.
- Etkinliğe başlarken kestiğimiz iki daireyi boru biçimindeki cismin altına ve üstüne yapıştıralım (2. şekil).

★ Kestiğiniz iki dairenin ve bir dikdörtgenin alanlarını bulunuz. Kartonların alanları ile silindirin yüzey alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.



1. şekil



2. şekil

BİLGİ

Tabanının yarıçapının uzunluğu r birim, yükseklik uzunluğu h birim olan bir dik dairesel silindirin;

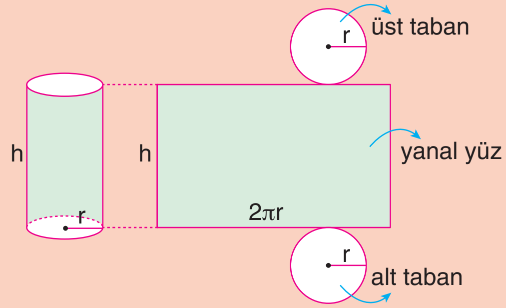
Bir tabanının alanı $= \pi r^2$

Yanal alanı $= 2\pi rh$

Yüzey alanı $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

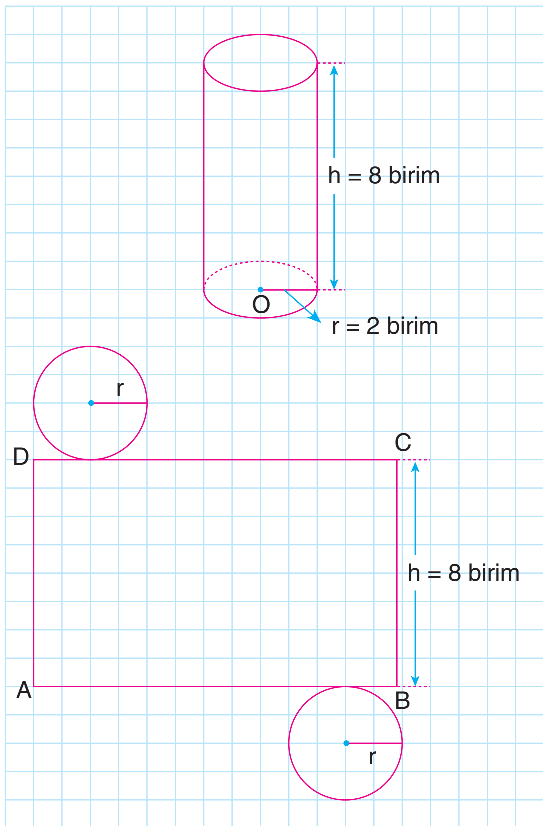
$= 2\pi r(r + h)$

birimkaredir.



ÖRNEK

Yanda verilen kartondan yapılmış silindirin yükseklik uzunluğu 8 birim, taban yarıçap uzunluğu 2 birim olduğuna göre silindirin yüzey alanını bulalım.



Çözüm

Silindirin açınımını yapalım. Alt ve üst tabanını çıkardıktan sonra silindiri bir ana doğrusu boyunca keselim. Şekildeki biçimde bir dikdörtgen ve iki eş daire elde edelim.

ABCD dikdörtgeninin kenar uzunluklarını bulalım.

Dikdörtgenin BC kenarının uzunluğu silindirin yüksekliğine eşit olduğundan

$h = 8$ birimdir.

Dikdörtgenin AB kenarının uzunluğu taban çevresinin uzunluğuna eşit olduğundan

$|AB| = 2\pi r$

$= 2\pi \cdot 2$

$= 4\pi$ birimdir.

Silindirin yanal alanı dikdörtgenin alanına eşit olduğundan

Silindirin yanal alanı,

$4\pi \cdot 8 = 32\pi$ birimkaredir.

Silindirin bir tabanının alanı,

$\pi r^2 = \pi \cdot 4 = 4\pi$ birimkaredir.

Silindirin iki tabanın alanı,

$2 \cdot 4\pi = 8\pi$ birimkaredir.

Silindirin yüzey alanı,

$8\pi + 32\pi = 40\pi$ birimkaredir.

ÖRNEK

Yüzey alanı 80π birimkare olan bir dik dairesel silindirin yükseklik uzunluğu 6 birimdir. Bu silindirin yanal alanı kaç birimkaredir? Bulalım.

Çözüm

Silindirin taban yarıçap uzunluğu r, yüzey alanı A, yanal alanı A_1 ve taban alanları toplamı A_2 olsun. Buna göre aşağıdaki eşitlikleri yazabilir, gerekli işlemleri yapabiliriz:

$$A = A_1 + A_2$$
$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$
$$= 2\pi r(h + r) \qquad \text{(A yerine } 80\pi \text{ ve h yerine 6 yazalım.)}$$
$$80\pi = 2\pi r(6 + r) \qquad \text{(Eşitliğin her iki tarafını } 2\pi \text{ ile bölelim.)}$$
$$40 = r(6 + r) \Rightarrow r^2 + 6r - 40 = 0$$
$$(r + 10)(r - 4) = 0$$
$$r = -10 \text{ ve } r = 4$$

Silindirin taban yarıçapının uzunluğu negatif olamayacağından $r = 4$ alalım ve silindirin yanal alanını hesaplayalım.

$$A_1 = 2\pi rh$$
$$= 2\pi \cdot 4 \cdot 6$$
$$= 48\pi$$

Silindirin yanal alanı 48π birimkaredir.

ÖRNEK

İç yarıçap uzunluğu 1 birim, dış yarıçap uzunluğu 4 birim ve yükseklik uzunluğu 50 birim olan dik dairesel silindir biçimindeki bir borunun dolgu kısmının yüzey alanı kaç birimkaredir? Bulalım.

Çözüm

Borunun iç yarıçap uzunluğunu r_1, dış yarıçap uzunluğunu r_2 ve yüksekliğini h ile gösterelim. Buna göre aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz:

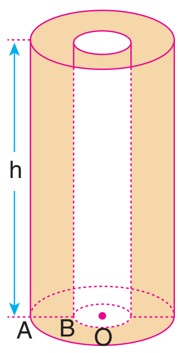
Dolgu kısmının taban alanı $= \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = \pi(4^2 - 1^2) = 15\pi$

İki tabanın alanı $= 2 \cdot 15\pi = 30\pi$

İç kısım yanal alan $= 2\pi r_1 h = 2\pi \cdot 1 \cdot 50 = 100\pi$

Dış kısım yanal alan $= 2\pi r_2 h = 2\pi \cdot 4 \cdot 50 = 400\pi$

İstenilen alan $= 30\pi + 100\pi + 400\pi = 530\pi$



$|BO| = r_1$

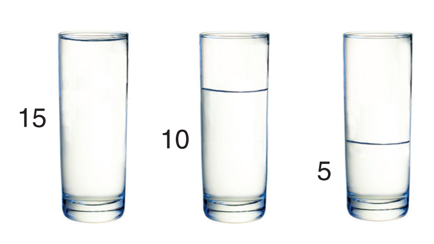
$|AO| = r_2$

Borunun dolgu kısmının yüzey alanı 530π birimkaredir.

Dik Dairesel Silindirin Hacmi

ETKİNLİK

Araç ve gereçler: üç su bardağı, ölçekli kap, mezura, cetvel, yeteri kadar su.



- Dik dairesel silindir biçiminde birbirine eş (taban yarıçapları ve yükseklikleri eşit) üç su bardağı alalım.
- Bardaklardan birinin taban çapını cetvelle ölçelim. Dairenin alan formülünü (πr^2) kullanarak bardakların taban alanını hesaplayalım.
- Şekildeki gibi 1. bardağa 15 cm, 2. bardağa 10 cm ve 3. bardağa 5 cm yüksekliğinde su koyalım.
- Her bardağın içindeki su miktarını ölçekli bir kapta ölçelim.
- $\dfrac{\text{1. bardaktaki suyun hacmi}}{15}, \dfrac{\text{2. bardaktaki suyun hacmi}}{10}, \dfrac{\text{3. bardaktaki suyun hacmi}}{5}$ oranlarını hesaplayalım.

★ Bulduğunuz bu üç oran birbirine eşit mi? Bulduğunuz bu oran bardakların taban alanına eşit mi?

★ Bardakların taban alanı (πr^2), bardaklardaki suyun yüksekliği (h) ve bardaklardaki suyun hacmi (V) arasında nasıl bir bağıntı kurulabilir?

- Silindirin hacmini veren bağıntıyı oluşturmaya çalışınız.

BİLGİ

"Bir dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yükseklik uzunluğunun çarpımına eşittir."

Bir dik dairesel silindirin taban yarıçapının uzunluğu r, yükseklik uzunluğu h ve hacmi V olmak üzere aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz:

$$V = \pi r^2 h$$

ÖRNEK

Dik dairesel silindir biçimindeki bir yağ tankının taban yarıçapının uzunluğu 1 metredir. Bu tankın yüksekliği 2 metre olduğuna göre tank kaç litre yağ alır?



Çözüm

Yağ tankının taban alanını bulalım.

$$T_a = \pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ metrekare}$$

Yağ tankının hacmini bulalım.

$$V = T_a \cdot h = \pi \cdot 2 = 2\pi \text{ metreküp}$$

Bu tank 2000π dm^3 (litre) yağ alır.

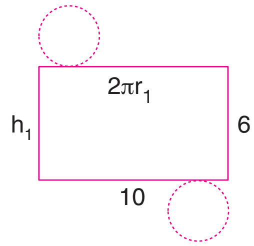
ÖRNEK

Metin ve Hasan Usta, kenar uzunlukları 6 birim ve 10 birim olan dikdörtgen biçimindeki metal levhaları bükerek dik dairesel silindir biçiminde birer boru yapacaktır. Metin Usta metal levhayı uzun kenarı boyunca, Hasan Usta ise kısa kenarı boyunca bükerek bu işi yapıyor.

Metin ve Hasan Usta'nın yaptığı boruların hacimlerini bulalım.

Çözüm

Metin Usta'nın oluşturduğu silindirin yarıçapı r_1, yüksekliği h_1 ve hacmi V_1 olsun.



Metin Usta'nın yaptığı borunun açınımı

Metin Usta levhayı 10 birimlik kenarı boyunca büktüğü için oluşturduğu silindirin taban çevresi 10 birim, yüksekliği 6 birim olur. Buna göre aşağıdaki eşitliği yazabilir, r_1 yarıçap uzunluğunu hesaplayabiliriz.

$$2\pi r_1 = 10 \Rightarrow r_1 = \frac{10}{2\pi} \Rightarrow r_1 = \frac{5}{\pi}$$

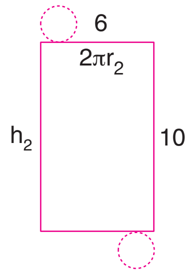
Bulduğumuz değeri silindirin hacim formülünde yerine yazalım ve Metin Usta'nın yaptığı borunun hacmini bulalım.

$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot h_1 \Rightarrow V_1 = \pi\left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cdot 6$$

$$= \pi \cdot \frac{25}{\pi^2} \cdot 6$$

$$= \frac{150}{\pi}$$

Hasan Usta'nın oluşturduğu silindirin yarıçapı r_2, yüksekliği h_2 ve hacmi V_2 olsun.



Hasan Usta'nın yaptığı borunun açınımı

Buna göre aşağıdaki eşitlikleri yazabilir, gerekli işlemleri yaparak V_2 hacmini bulabiliriz.

$$2\pi r_2 = 6 \Rightarrow r_2 = \frac{6}{2\pi} \Rightarrow r_2 = \frac{3}{\pi}$$

$$V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2 \Rightarrow V_2 = \pi\left(\frac{3}{\pi}\right)^2 \cdot 10$$

$$V_2 = \pi \cdot \frac{9}{\pi^2} \cdot 10$$

$$= \frac{90}{\pi}$$

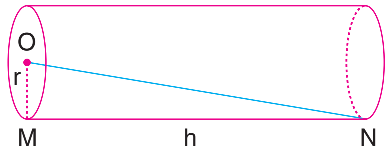
O hâlde, Metin Usta'nın yaptığı borunun hacmi $\frac{150}{\pi}$ birimküp, Hasan Usta'nın yaptığı borunun hacmi $\frac{90}{\pi}$ birimküptür.

SIRA SİZDE

- Genel olarak, dikdörtgen biçimindeki metal bir levhadan daha büyük hacimli bir boru elde etmek için bu levha uzun kenarı boyunca bükülmelidir, diyebilir miyiz? Açıklayınız.
- Kare biçimindeki metal bir levha bükülerek dik dairesel silindir biçiminde bir boru elde edilmiştir. Bu borunun hacmi $\frac{54}{\pi}$ birimküp olduğuna göre yanal alanı kaç birimkaredir?

ÖRNEK

Şekildeki dik dairesel silindirin yanal alanı 120π birimkare ve hacmi 300π birimküp olduğuna göre $|ON|$ uzunluğu kaç birimdir? Bulalım.



Çözüm

Silindirin taban yarıçap uzunluğu r birim ve yükseklik uzunluğu h birim olsun.

Silindirin hacim bağıntısını yazalım ve aşağıdaki eşitliği elde edelim.

$$V = \pi r^2 \cdot h = 300\pi \Rightarrow r^2 \cdot h = 300 \text{ .... (1)}$$

Silindirin yanal alan bağıntısını yazalım ve aşağıdaki eşitliği elde edelim.

$$\text{Yanal alan} = 2\pi r \cdot h = 120\pi \Rightarrow r \cdot h = 60 \text{ .... (2)}$$

(1) ve (2) eşitliklerini alt alta yazalım ve taraf tarafa bölelim.

$$\left.\begin{matrix} r^2 \cdot h = 300 \\ r \cdot h = 60 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{r^2 \cdot h}{r \cdot h} = \frac{300}{60}$$

$$\Rightarrow \quad r = 5$$

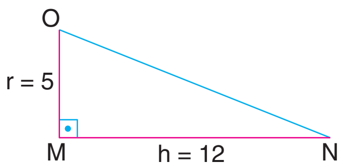
$r = 5$ değerini $r \cdot h = 60$ eşitliğinde yerine yazalım ve h değerini bulalım.

$$r \cdot h = 60 \Rightarrow 5 \cdot h = 60$$

$$h = 12$$

Şekildeki OMN dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım, gerekli işlemleri yaparak $|ON|$ uzunluğunu bulalım.

$$|ON|^2 = |OM|^2 + |MN|^2$$
$$= 5^2 + 12^2$$
$$= 25 + 144$$
$$= 169$$
$$|ON| = 13$$

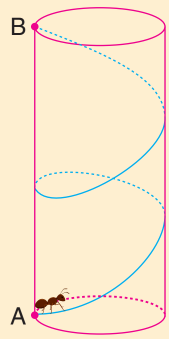


O hâlde $|ON|$ uzunluğu 13 birimdir.

SIRA SİZDE

Şekildeki, yanal alanı $96\pi^2$ birimkare ve hacmi $192\pi^2$ birimküp olan dik dairesel silindirin alt tabanı üzerindeki A noktası ile üst tabanı üzerindeki B noktası aynı düşey doğru üzerindedir. A noktasında bulunan bir karınca, silindirin yanal yüzeyi üzerinde 2 kez dolanarak B noktasına ulaşmıştır.

Buna göre karınca en az kaç birim yol almıştır?

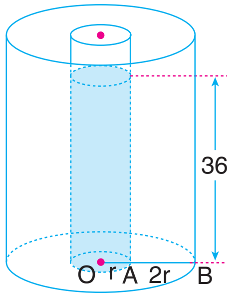


ÖRNEK

Yükseklikleri eşit ve yarıçapları oranı 3 olan dik dairesel silindir biçimindeki iki deney tüpü şekildeki gibi iç içe yerleştirilmiştir.

İçteki tüpte 36 birim yüksekliğinde sıvı varken tüpün tabanında bir çatlak oluşuyor ve sıvı iki tüp arasındaki boş bölüme sızarak h yüksekliğinde dengeleniyor (İçteki tüpün kalınlığı ihmal ediliyor.).

Buna göre h kaç birimdir? Bulalım.



$|OA| = r$

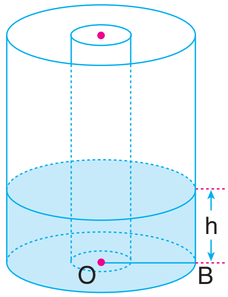
$|AB| = 2r$

Çözüm

Başlangıçta içteki tüpteki sıvının hacmini bulalım.

$$\text{Sıvının hacmi} = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 36 = 36\pi r^2$$

İçteki tüpün kalınlığını ihmal ederek son durumda tüplerdeki h sıvı yüksekliğini aşağıdaki eşitliği yazarak bulabiliriz.



$$\text{Sıvının hacmi} = \pi \cdot (3r)^2 \cdot h$$

$$36\pi r^2 = \pi \cdot 9r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{36\pi r^2}{9\pi r^2}$$

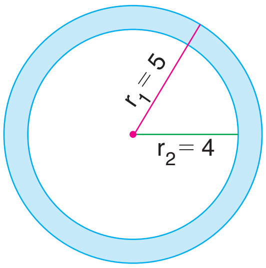
$$h = 4$$

O hâlde $h = 4$ birimdir.

ÖRNEK

Dik dairesel silindir biçimindeki bir borunun uzunluğu 10 birim, iç yarıçapının uzunluğu 4 birim ve dış yarıçapının uzunluğu 5 birim olduğuna göre bu borunun dolgu kısmının hacmini bulalım.

Çözüm



Dikey kesiti yanda verilen borunun,

iç yarıçapının uzunluğu : r_1
iç hacmi : V_1
dış yarıçapının uzunluğu : r_2
dolgu kısmı dahil hacmi : V_2
dolgu kısmının hacmi : V_3

olsun.

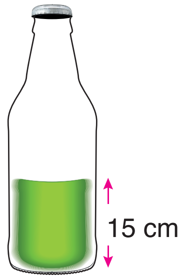
$$\Rightarrow V_3 = V_2 - V_1 = \pi r_2^2 \cdot h - \pi r_1^2 \cdot h = \pi \cdot h(r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot 10 \cdot (5^2 - 4^2) = 10\pi(25 - 16) = 90\pi$$

O hâlde borunun dolgu kısmının hacmi 90π birimküptür.

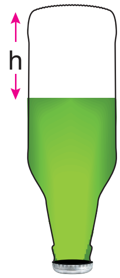
ÖRNEK

Şekilde görülen ve içinde 1,5 litre su bulunan şişenin alt kısmı dik dairesel silindir biçimindedir (1. şekil).

Şişenin içindeki suyun yüksekliği 15 cm olduğuna göre sadece cetvel kullanarak şişenin hacmini bulalım.



1. şekil



2. şekil

Çözüm

Şişeyi 2. şekilde görüldüğü gibi ters çevirerek hava kalan kısmının yüksekliğini ölçelim. Bu uzunluk h cm olsun.

Bu durumda aşağıdaki orantıyı kurabiliriz:

15 cm yüksekliğindeki suyun hacmi	1,5 litre ise
h cm yüksekliğindeki boşluğun hacmi	x litre olur.

Doğru orantı

$x = \frac{h \cdot 1,5}{15} = \frac{h}{10}$ litre olur.

Şişenin hacmi, $V = 1,5 + \frac{h}{10}$ litre bulunur.

SIRA SİZDE

1. Yukarıdaki örnekte verilen şişenin hacmi 3,5 litre ise h değerinin kaç santimetre olacağını noktalı yerleri doldurarak bulunuz.

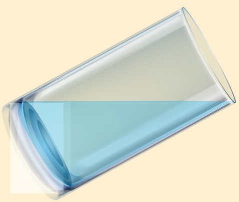
$V = 1,5 + \frac{h}{10} \Rightarrow \ ..... = 1,5 + \frac{h}{10}$

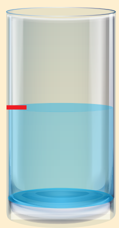
$\Rightarrow \frac{h}{10} = ...$

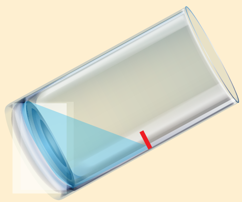
$\Rightarrow h = ...$

2. Hacmi 4 birim küp olan bir su bardağı, ağzına kadar su ile doludur. Bardağın içinde 1 birim küp su kalması isteniyor. Bardağı işaretleyebileceğiniz bir kalem dışında hiçbir ölçü aleti yok. Aşağıdaki şekiller bu işin yapılışını modellemektedir.


I


II


III


IV

Bu işin nasıl yapıldığını kendi cümlelerinizle açıklayınız.

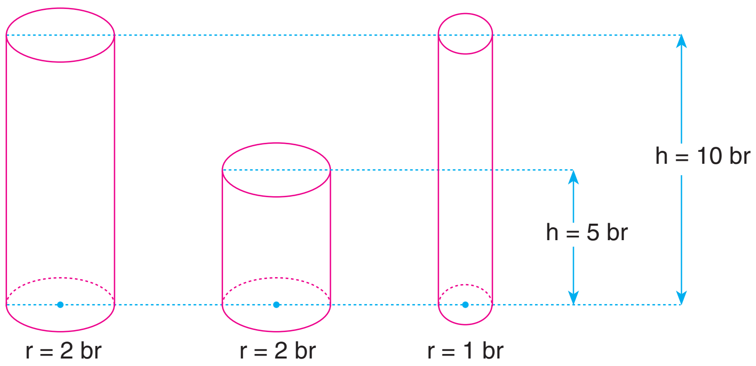
ALIŞTIRMALAR

1. Taban çevresinin uzunluğu 2π birim, yükseklik uzunluğu 10 birim olan dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz.

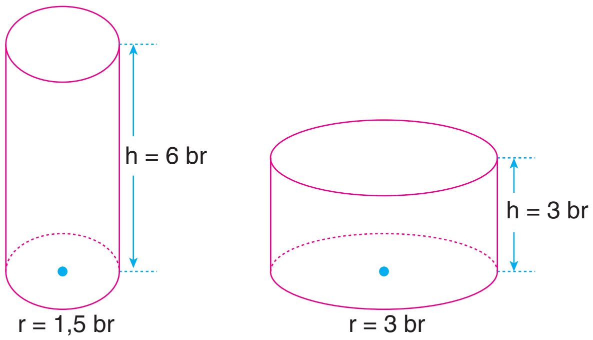
2. Taban çevresinin uzunluğu 4π birim, yükseklik uzunluğu taban çapının uzunluğu kadar olan üstü açık dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz.

3. Taban yarıçapının uzunluğu 5 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir su kabına 10 cm yüksekliğinde su konuyor. Buna göre konulan suyun hacmini bulunuz.

4. Yanda verilen dik dairesel silindirlerin yüzey alanlarını ve hacimlerini bulunuz.



5. Yandaki silindirlerin hangisi daha fazla su alır?



6. Yanal alanı 160π cm^2 ve yükseklik uzunluğu 8 cm olan dik dairesel silindirin yüzey alanını ve hacmini bulunuz.

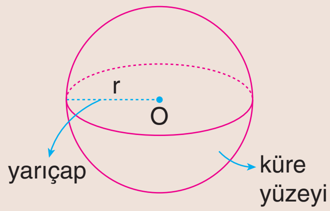
7. İç çapının uzunluğu 8 cm, dış çapının uzunluğu 10 cm olan dik dairesel silindir biçimindeki bir borunun uzunluğu 3 metredir. Bu borunun dolgu kısmının hacmini ve yüzey alanını bulunuz.



Kürenin Hacmi

HATIRLAYALIM

Uzayda, sabit bir noktadan (O) eşit uzaklıktaki (r) noktaların kümesine küre yüzeyi, bu sabit noktaya küre yüzeyinin merkezi, küre yüzeyinin merkezi ile üzerindeki bir noktayı birleştiren doğru parçasına küre yüzeyinin yarıçapı, küre yüzeyinin sınırladığı bölgeye de küre denir.



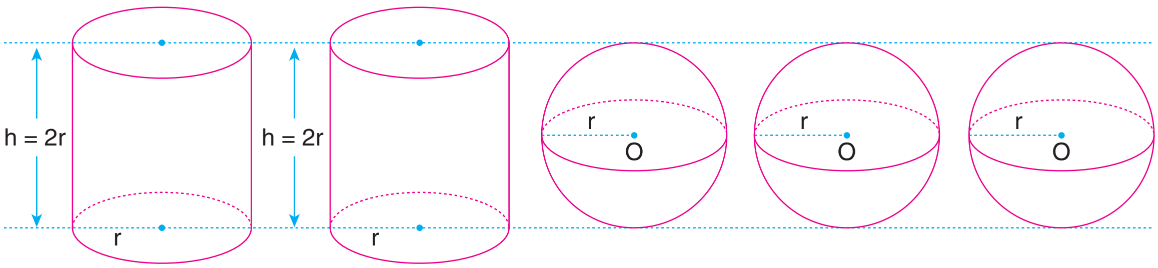
BİLGİ

Yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin hacmi V olmak üzere aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

ÖRNEK

Aşağıda yükseklikleri yarıçap uzunluklarının 2 katı olan iki eş silindir ve bu silindirlerle aynı yarıçap uzunluğuna sahip üç eş küre verilmiştir.



Kürelerin hacimleri toplamının silindirlerin hacimleri toplamına eşit olduğunu gösterelim.

Çözüm

Yarıçap uzunluğu r ve yükseklik uzunluğu 2r olan bir silindirin hacmi V_1, yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin hacmi V_2 olsun.

$2V_1 = 3V_2$ olduğunu görelim.

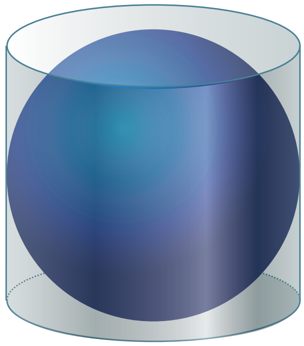
Bir silindirin hacmi $V_1 = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$, iki silindirin hacmi $4\pi r^3$ tür.

Bir kürenin hacmi $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$, üç kürenin hacmi $4\pi r^3$ tür.

Buna göre kürelerin hacimleri toplamı silindirlerin hacimleri toplamına eşittir.

ÖRNEK

Yarıçap uzunluğu r birim olan küre biçimindeki bir cam aksesuar, bunu tam saran dik dairesel silindir biçiminde bir kutuya konularak taşınacaktır. Yandaki şekil bu durumu modellemektedir.



Kürenin hacminin dik dairesel silindirin hacmine oranını bulalım.

Çözüm

Kürenin hacmi, $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$ birimküptür.

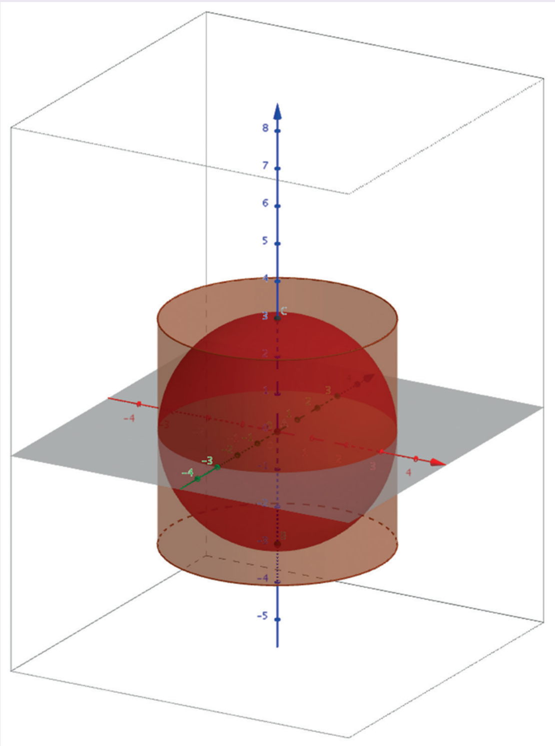
Dik dairesel silindirin hacmi, $V_2 = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$ birimküptür.

Bu iki cismin hacimleri oranını yazalım.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3} = \frac{2}{3}$$

TEKNOLOJİ

Dinamik geometri programı yardımıyla örnekte bulduğumuz sonucu kontrol edelim. Kürenin yarıçapını ve silindirin taban yarıçapını 3 birim alalım. Silindirin yüksekliği de 6 birim olacaktır.



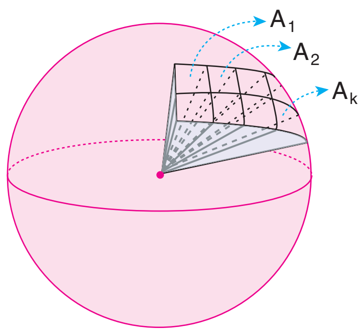
Aşağıdaki adımları takip edelim:

- Geogebra programını açalım ve görünüm sekmesinden "3D Grafik"e tıklayalım.
- "Merkez ve yarıçap ile küre" komutuna tıklayalım. Merkez olarak (0,0,0) noktasını seçelim. Yarıçap sorgu ekranına 3 yazalım.
- "Hacim" komutu yardımıyla ekranda beliren kürenin üzerine tıklayıp hacmini bulalım.
- "Silindir" komutuna tıklayalım.
- Mavi eksen üzerinde -3 ve 3 noktalarına tıklayalım. Yarıçap sorgu ekranına 3 yazalım.
- "Hacim" komutu yardımıyla ekranda beliren silindirin üzerine tıklayıp hacmini bulalım.
- Ekranın sol tarafındaki değerleri okuyalım.

  Kürenin hacmi: 113,1 Silindirin hacmi: 169,65
- Hacimler oranını bulalım.

  $$\frac{113,1}{169,65} = \frac{2}{3}$$
- Aynı sonuca ulaştık. İşlemimiz doğrudur.

Kürenin Yüzey Alanı



Yarıçap uzunluğu r olan kürenin yüzey alanını bulalım. Tepe noktaları kürenin merkezinde ve yükseklik uzunlukları r olan piramitleri göz önüne alalım.

k. piramidin taban alanı A_k olmak üzere bu piramidin hacmini yazalım.

$$\frac{1}{3} r A_k$$

n tane piramidin taban alanlarının toplamını yazalım.

$$S_n = A_1 + A_2 + ... + A_n$$

n tane piramidin hacimlerinin toplamını yazalım.

$$V_n = \frac{1}{3} r S_n$$

n (piramitlerin sayısı) yeterince büyük bir sayı ise piramitlerin hacimlerinin toplamı yaklaşık olarak kürenin hacmine, piramitlerin taban alanlarının toplamı da yaklaşık olarak kürenin yüzey alanına eşit olur.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \approx \frac{1}{3} r S_n \Rightarrow S_n \approx 4\pi r^2$$

Bu piramitlerin sayısını artırdığımızda her bir piramidin taban alanı küçülür. Piramitlerin taban alanlarının toplamı da kürenin yüzey alanına çok yakın olur.

O hâlde, kürenin yüzey alanı S ile gösterilmek üzere $S = 4\pi r^2$ eşitliği elde edilir.

BİLGİ

Yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin yüzey alanı S olmak üzere aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz:

$$S = 4\pi r^2$$

SIRA SİZDE

Kürenin yüzey alanını veren bağıntıyı sözcüklerle ifade ediniz.

ÖRNEK

Yarıçap uzunluğu 10 cm olan küre biçimindeki bir top, meşin ile kaplanacaktır. Buna göre gerekli olan meşinin alanını bulalım.

Meşin: İşlenmiş koyun derisi.

Çözüm

Gerekli olan meşinin alanı topun yüzey alanına eşittir. Öyleyse topun yüzey alanını bulalım.



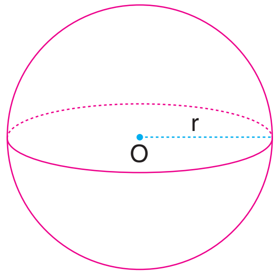
Topun yüzey alanı, $4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 10^2$

$= 400\pi \text{ cm}^2$ dir.

O hâlde topu kaplamak için 400π cm^2 meşin gereklidir.

ÖRNEK

Yanda verilen kürenin hacmi $\frac{256}{3}\pi$ birimküptür. Bu kürenin yüzey alanını bulalım.



Çözüm

Kürenin $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ hacim bağıntısında verilen değeri yerine yazalım ve kürenin yarıçap uzunluğunu hesaplayalım.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{256}{3}\pi \Rightarrow 4r^3 = 256$$
$$r^3 = 64$$
$$r = 4$$

Kürenin yüzey alanı bağıntısında kürenin yarıçap uzunluğunu yerine yazalım ve kürenin yüzey alanını bulalım.

$$S = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4 \cdot \pi \cdot 4^2$$
$$= 64\pi$$

Kürenin yüzey alanı 64π birimkaredir.

ÖRNEK

Bir kürenin yüzey alanı 100π birimkaredir. Bu kürenin hacmi kaç birimküptür? Bulalım.

Çözüm

Kürenin yüzey alanını veren bağıntıda verilen değeri yazarak kürenin yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$S = 4\pi r^2 = 100\pi$$
$$r^2 = 25$$
$$r = 5$$

Kürenin yarıçap uzunluğunu kullanarak hacmini bulalım.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3$$
$$= \frac{500}{3}\pi$$

Kürenin hacmi $\frac{500}{3}\pi$ birimküptür.

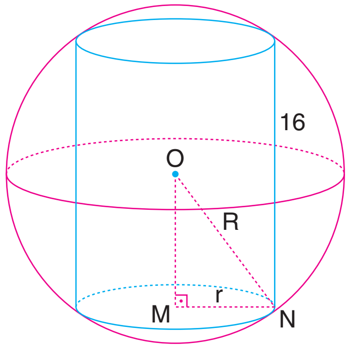
SIRA SİZDE

Bir kürenin hacmi a birimküp, yüzey alanı ise a birimkaredir.

a. Bu kürenin yarıçap uzunluğunu bulunuz.

b. a değerini bulunuz.

ÖRNEK



Bir dik dairesel silindir şekildeki gibi yarıçap uzunluğu R birim olan bir kürenin içine yerleştiriliyor.

Silindirin yükseklik uzunluğu 16 birim ve hacmi 576π birimküp olduğuna göre kürenin yüzey alanını ve hacmini bulalım.

Çözüm

Taban yarıçap uzunluğu r olmak üzere, silindirin hacim bağıntısını yazalım ve r değerini bulalım.

$$V = \pi r^2 \cdot h = 576\pi$$
$$\pi r^2 \cdot 16 = 576\pi$$
$$r^2 = 36$$
$$r = 6$$

Şekildeki OMN dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve kürenin yarıçap uzunluğu olan $|ON| = R$ değerini bulalım.

$$|ON|^2 = |OM|^2 + |MN|^2$$
$$R^2 = \left(\frac{16}{2}\right)^2 + r^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$R = 10$$

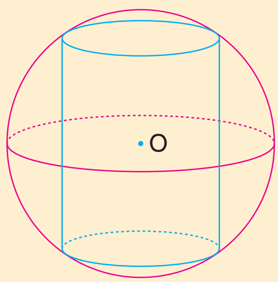
Kürenin yarıçap uzunluğu $R = 10$ birimdir. Buna göre kürenin yüzey alanını ve hacmini aşağıdaki biçimde hesaplayabiliriz:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3$$
$$= \frac{4000}{3}\pi$$
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 10^2$$
$$= 400\pi$$

O hâlde kürenin hacmi $\frac{4000}{3}\pi$ birimküp ve yüzey alanı 400π birimkaredir.

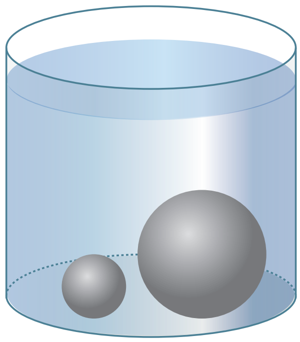
SIRA SİZDE

Bir dik dairesel silindir şekildeki gibi yüzey alanı 900 birimkare olan bir kürenin içine yerleştiriliyor. Silindirin yarıçapı 12 birim olduğuna göre hacmi kaç birimküptür? Bulunuz.



ÖRNEK

Dik dairesel silindir biçimindeki bir kapta bir miktar su vardır. Bu kaptaki suyun içine demirden bir bilye atılıyor. Kaptaki suyun seviyesi 8 birim yükseliyor. Sonra kaba bir demir bilye daha atılıyor. Bu durumda su 1 birim daha yükseliyor. Her iki bilye de tamamen su içinde kaldığına göre bilyelerin yarıçap uzunlukları oranını bulalım.



Çözüm

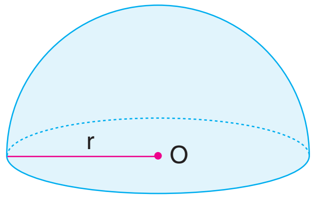
Kürelerin yarıçap uzunlukları r_1 ve r_2; hacimleri V_1 ve V_2 olsun.

Yükselen su miktarlarına göre $V_1 = 8V_2$ dir.

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$ olduğundan $\frac{8V_2}{V_2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = 8 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 2$ bulunur.

ÖRNEK

Yarım küre biçimindeki bir deponun tabanı ve dış yüzeyi boyanacaktır. Deponun tabanını boyamak için 10 litre boyaya ihtiyaç varsa dış yüzeyini boyamak için kaç litre boyaya ihtiyaç vardır? Bulalım.



Çözüm

Deponun tabanı kürenin en büyük dairesidir ve yarıçap uzunluğu (r) kürenin yarıçap uzunluğuna eşittir. Buna göre deponun taban alanını (A) ve yüzey alanını (S) veren bağıntıları aşağıdaki biçimde yazabilir, iki alanı karşılaştırabiliriz:

$$\text{Yarım kürenin yüzey alanı} = S = \frac{\text{Kürenin yüzey alanı}}{2}$$

$$= \frac{4\pi r^2}{2}$$

$$S = 2\pi r^2$$

$$A = \pi r^2$$

Deponun yüzey alanı, taban alanının 2 katıdır. Öyleyse deponun yüzey alanı için kullanılacak boya da taban alanı için kullanılan boyanın 2 katı olacaktır.

$$10 \cdot 2 = 20$$

O hâlde, deponun dış yüzeyini boyamak için 20 litre boyaya ihtiyaç vardır.

SIRA SİZDE

Yukarıda verilen deponun taban yarıçapının uzunluğu 12 metre ise bu depo en fazla kaç metreküp malzeme alabilir ($\pi = 3$ alınız.)?

ALIŞTIRMALAR

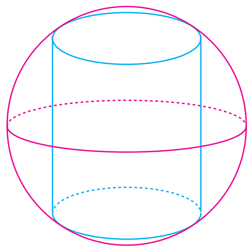
1. Yarıçap uzunluğu 10 birim olan kürenin hacmini bulunuz.

2. Yarıçap uzunluğu 5 birim olan kürenin yüzey alanını bulunuz.

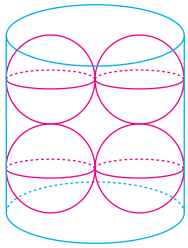
3. Bir kürenin yüzey alanı a birimkare, hacmi b birimküptür. $a > b$ olduğuna göre kürenin yarıçap uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz?

4. Yarıçap uzunluğu 40 birim olan daire biçimindeki bir deri parçasıyla yarıçap uzunluğu 5 birim olan toplardan kaç tane kaplanabilir?

5. Bir dik dairesel silindir, yarıçap uzunluğu 5 cm olan bir kürenin içine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Bu silindirin yükseklik uzunluğu 6 cm olduğuna göre hacmi kaç cm^3 tür?



6. Şekildeki modelde küreler birbirine eştir. Küreler birbirine, silindir tabanına ve silindirin yan yüzlerine teğettir. Bir kürenin yarıçap uzunluğu 1 birim olduğuna göre silindirin hacmini bulunuz.



7. Hacmi a birimküp olan bir kürenin yüzey alanı 3a birimkaredir. Bu kürenin yarıçap uzunluğunu bulunuz.

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Taban alanı 25π birimkare olan bir dik dairesel silindirin yükseklik uzunluğu 10 birimdir. Buna göre silindirin yanal alanı kaç birimkaredir?

A) 50π B) 75π C) 100π D) 125π E) 150π

2. Bir tabanının çevresi 6π birim olan bir dik dairesel silindirin yüzey alanı 90π birimkaredir. Buna göre silindirin yükseklik uzunluğu kaç birimdir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

3. Hakan, yarıçapının uzunluğu 4 cm ve yüksekliğinin uzunluğu 20 cm olan bir boya rulosu ile odasını boyayacaktır. Hakan ruloyu boyaya batırıp duvar üstünde 5 tur attırdığında boyadığı alan kaç cm^2 dir?

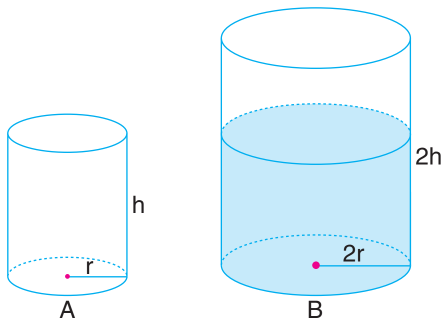


A) 720π B) 800π C) 900π D) 960π E) 1000π

4. Yarıçapının uzunluğu 20 cm ve yüksekliğinin uzunluğu 50 cm olan dik dairesel silindir biçimdeki bir kütük oyularak tahta saksı yapılacaktır. Bu kütükten yarıçapının uzunluğu 15 cm ve yüksekliğinin uzunluğu 25 cm olan dik dairesel silindir biçiminde bir parça çıkartılıyor. Buna göre elde edilen saksının yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 2200π B) 2500π C) 2850π D) 3250π E) 3550π

5.



Yukarıda verilen dik dairesel silindir biçimindeki A ve B kaplarının taban yarıçaplarının uzunlukları ve yükseklik uzunluklarının oranları 2 dir. Başlangıçta A kabı boşken B kabında bir miktar su vardır. A kabı, B kabındaki suyla tamamen doldurulduğunda B kabındaki su seviyesi $\frac{5h}{4}$ oluyor. Buna göre başlangıçta B kabının yüzde kaçı su ile doludur?

A) 50 B) 60 C) 64 D) 72 E) 75

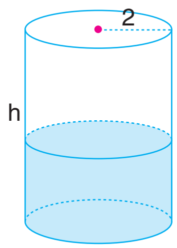
6. Bir küpün içine taban düzlemleri çakışık, yanal yüzleri teğet bir dik dairesel silindir yerleştiriliyor. Küpün bir ayrıtının uzunluğu 2 birim olduğuna göre küp ile silindir arasında kalan boşluğun hacmi kaç birimküptür?

A) $2\pi - 4$ B) $8 - 2\pi$ C) $4 + \pi$ D) $\pi - 2$ E) $6 - \pi$

7. Dış yarıçap uzunluğu 11 birim, kalınlığı 1 birim ve uzunluğu 50 birim olan dik dairesel silindir biçimindeki borunun dolgu kısmının hacmi kaç birimküptür?

A) 750 B) 850 C) 900 D) 950 E) 1050

8. Şekildeki taban yarıçapının uzunluğu 2 birim, yükseklik uzunluğu h birim olan dik dairesel silindir içindeki su yüksekliği $\frac{h}{3}$ birimdir. Bu silindire 10π birimküp su ilave edildiğinde yarısı doluyor. Buna göre silindirin yüksekliği h kaç birimdir?



A) 12 B) 15 C) 18

D) 20 E) 21

9. Bir kürenin hacmi 2a birimküp, yüzey alanı ise a birimkaredir. Buna göre kürenin yarıçap uzunluğu kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

10. Hacmi $900\ cm^3$ olan küre biçimindeki bir aksesuarı tam saran dik dairesel silindir biçimindeki bir kutunun hacmi kaç cm^3 tür?

A) 1200 B) 1275 C) 1350 D) 1425 E) 1500

11. Küre şeklindeki bir balon hacmi 27 katına çıkana kadar şişiriliyor. Bu durumda balonun yüzey alanı 144π birimkare oluyor. Buna göre balonun başlangıçtaki hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{9\pi}{2}$ B) $\frac{11\pi}{2}$ C) $\frac{14\pi}{3}$ D) $\frac{16\pi}{3}$ E) $\frac{32\pi}{3}$

12. Taban yarıçapının uzunluğu r ve yükseklik uzunluğu h olan bir dik dairesel silindirin yüzey alanı, yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin yüzey alanının 2 katına eşittir. Buna göre $\frac{h}{r}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ YANITLARI

1. ÜNİTE

1.	E	11.	A	21.	D	31.	B
2.	C	12.	C	22.	E		
3.	B	13.	C	23.	C		
4.	C	14.	B	24.	C		
5.	B	15.	D	25.	B		
6.	D	16.	B	26.	D		
7.	C	17.	D	27.	A		
8.	D	18.	A	28.	D		
9.	A	19.	B	29.	B		
10.	B	20.	C	30.	D		

2. ÜNİTE

1.	C	11.	E
2.	B	12.	A
3.	D	13.	B
4.	B		
5.	A		
6.	B		
7.	D		
8.	D		
9.	B		
10.	D		

3. ÜNİTE

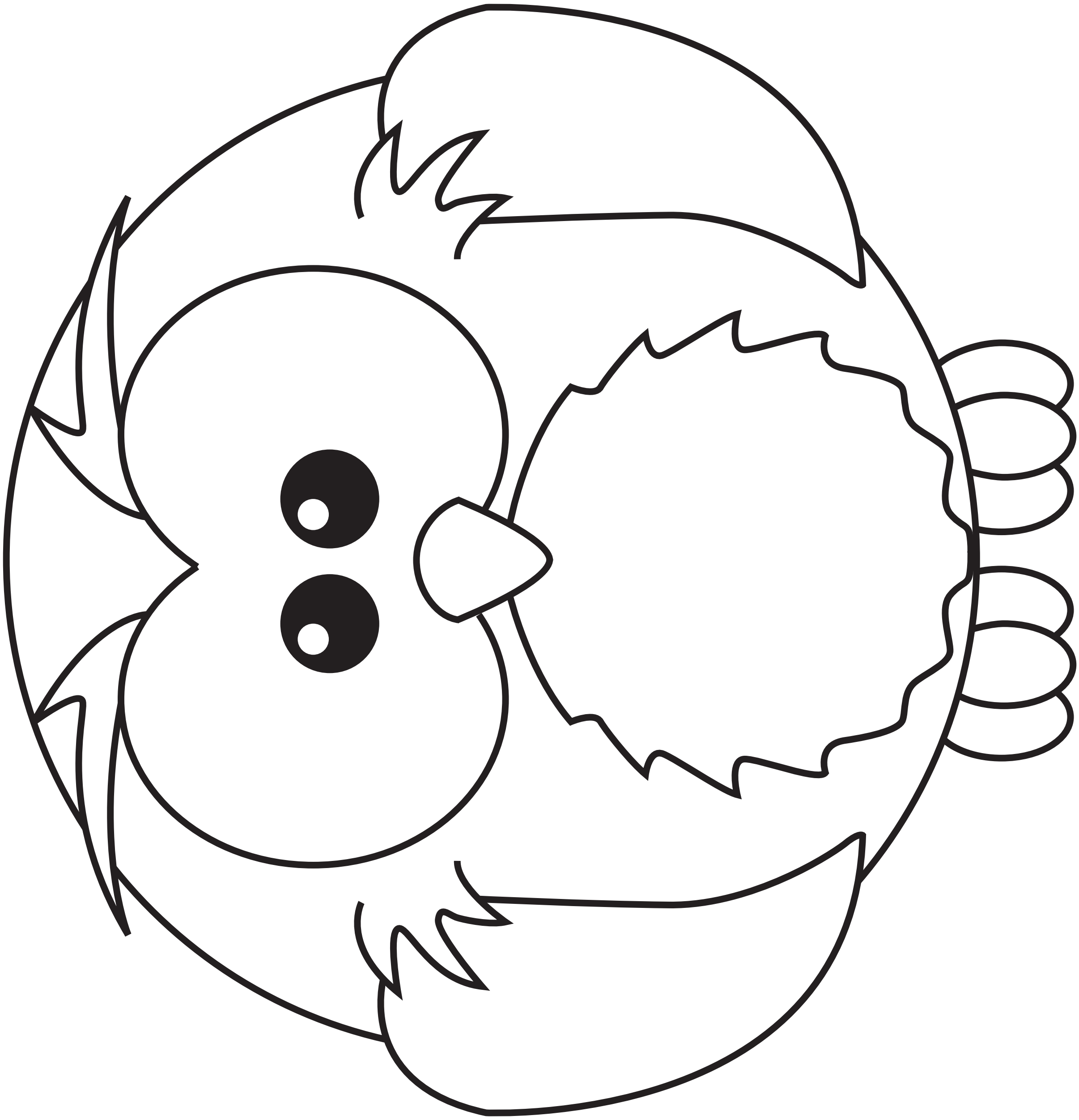
1.	D	11.	B
2.	B	12.	B
3.	C	13.	C
4.	E	14.	B
5.	C		
6.	A		
7.	E		
8.	C		
9.	B		
10.	E		

4. ÜNİTE

1.	C	11.	E
2.	D	12.	B
3.	B		
4.	E		
5.	E		
6.	B		
7.	E		
8.	B		
9.	D		
10.	C		

EK

Kitabınızın 102. sayfasındaki etkinlik için verilmiştir.



SÖZLÜK

A

açıklık: Bir veri grubunda en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark.

anket: Sormaca.

aritmetik ortalama: Bir veri grubundaki sayıların toplamının, veri sayısına bölünmesi ile elde edilen değer.

asal sayı: 1 ve kendisinden başka böleni olmayan, 1 den büyük tam sayı.

ayrıt: Bir cismin iki yüzünün ara kesiti.

B

bağımlı değişken: Bağımsız değişkene bağlı olarak değeri değişen değişken.

bağımsız değişken: İstediğimiz değeri verebildiğimiz değişken.

bakiye: Alacak ve borçlar arasındaki fark.

bono: Belirli bir sürenin sonunda, belirli bir paranın, belirli bir kimseye ödeneceğini belirten senet.

brüt: Kesintisi yapılmamış, kesintisiz (para).

bütçe: Devletin, bir kuruluşun, bir aile veya bir kimsenin gelecekteki belirli bir süre için tasarladığı gelir ve giderlerinin tümü.

D

denklem: Bilinmeyeni içeren eşitlik.

denklemin kökü: Denklemi sağlayan değer.

derece: Birim çemberin çevre uzunluğunu 360 eş parçaya ayırarak her bir parçayı gören merkez açının ölçüsü.

E

endeks: Gösterge.

enfeksiyon: Organizmada hastalığa yol açan bir mikrobun genel veya yerel gelişmesi, yayılması.

eşitlik: İçinde “=” sembolü bulunan matematik cümlesi.

eşitsizlik: İçinde $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ veya $\neq$ sembollerinden en az birinin bulunduğu matematik cümlesi.

F

fiber optik: Saç teli kalınlığında saf cam bir ip üzerinden ışığın iletilmesi prensibiyle çalışan sistem.

fon: Belirli bir iş için gerektikçe harcanmak üzere ayrılıp işletilen para, kaynak.

G

gerçek sayılar: Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar kümesinin hepsini kapsayan ve $\mathbb{R}$ ile gösterilen sayı kümesi.

H

histogram: Veri genişlikleri eşit olan farklı aralıklardaki veri sayılarını gösteren grafik türü.

İ

izotop: Atom numarası aynı, kütle numarası farklı olan atomlar.

K

kiriş: Çember üzerindeki iki farklı noktayı birleştiren doğru parçası.

M

mikroorganizma: Gözle görülmeyen küçük canlı.

O

oran: İki çokluğun (niceliğin) bölme şeklinde birbiri ile karşılaştırılması: a : b , $\frac{a}{b}$

orantı: İki ya da daha fazla oranın eşitliği.

Ö

ölçek: Bir harita veya resimde görülen uzaklıklarla bunların işaret ettiği, karşılandığı gerçek uzunluklar arasındaki oran.

P

plan: Bir şehrin, bir yapının, bir makinenin çeşitli bölümlerini gösteren çizim.

R

radyoaktif: Çekirdek bozunması ile ışın verebilen.

S

sıralı ikili: A kümesinden alınan bir a elemanı ile B kümesinden alınan bir b elemanı kullanılarak oluşturulan (a, b) şeklindeki yeni eleman.

T

tahvil: Devletin veya özel bir kuruluşun ödünç para almak için çıkardığı, değişik dönemlerde belirli oranlarda faiz getiren yazılı senet.

tasarruf: Elde edilen gelirin ihtiyaç ve harcamalar için kullanılmayan kısmı.

teğet: Bir eğrinin yanından geçen ve ona ancak bir noktada değen doğru.

V

vade: Bir işin yapılması veya bir borcun ödenmesi için tanınan süre.

Y

yüzde: Herhangi bir sayı ile kullanıldığında yüze bölünen bir şeyin o kadarlık parçasını belirten bir söz.

MATEMATİK SEMBOLLERİ VE ANLAMLARI

Matematiksel Semboller		Matematiksel Sembollerin Anlamları
$\mathbb{Z}$	:	Tam sayılar kümesi
$\mathbb{Z}^+$	:	Pozitif tam sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	:	Gerçek (gerçel, reel) sayılar kümesi
$\mathbb{R}^+$	:	Pozitif gerçek sayılar kümesi
$\Rightarrow$	:	ise
$>$	:	Büyük
$\geq$	:	Büyük veya eşit
$<$	:	Küçük
$\leq$	:	Küçük veya eşit
$\circ$	:	Derece
$\|a\|$	:	Mutlak değer a
$\overline{X}$	:	Aritmetik ortalama
$[AB]$	:	Uç noktaları A ve B olan AB doğru parçası
$\|AB\|$	:	AB doğru parçasının uzunluğu
$\widehat{ABC}$	:	ABC üçgeni
$A(\widehat{ABC})$	:	ABC üçgeninin alanı
br	:	Birim
%	:	Yüzde
$\approx$	:	Yaklaşık değer
π	:	Pi sayısı

KAYNAKÇA

Demirtaş, Abdurrahman. *Ansiklopedik Matematik Sözlüğü*. Ankara: Bilim Teknik Kültür, 1986.

Gardner, Martin. *Hah, Buldum!*. Çev. Barış Bıçakçı. Ankara: Tübitak, 2011.

Gürsakal, Necmi. *İstatistiğin ABC'si*. İstanbul: Marmara, 2000.

Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. *Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB, 2018.

Türkçe Sözlük. Ankara: Türk Dil Kurumu, 2011.

Yazım Kılavuzu. Ankara: Türk Dil Kurumu, 2012.

İNTERNET KAYNAKLARI

Web sayfalarına erişim tarihleri parantez içinde verilmiştir.

http://tip.fusabil.org/text.php3?id=763 (22.12.2017)

http://www.resmiistatistik.gov.tr (07.01.2018)

http://www.turkiyefirincilarfederasyonu.org (05.01.2018)

http://www.hatay.ism.saglik.gov.tr (01.02.2018)

http://dergipark.gov.tr/download/article-file/463739 (07.06.2018)

GÖRSEL KAYNAKÇA

Kitapta yer alan fotoğraflar www.shutterstock.com internet adresinden ücret karşılığı satın alınmıştır. Diğer görseller yayınevi arşivinden kullanılmıştır.